PRIMER
CICLO EGB /
NIVEL PRIMARIO

3

nap

Matemática

NÚCLEOS
DE APRENDIZAJES
PRIORITARIOS

SERIE
CUADERNOS
PARA EL AULA

MINISTERIO de EDUCACIÓN
CIENCIA y TECNOLOGÍA
PRESIDENCIA de la NACIÓN

cfce
Consejo Federal
de Cultura y Educación

Dirección Nacional de Gestión Curricular y Formación Docente

Área de producción pedagógica
Coordinación y supervisión pedagógica general
Adela Coria, *Coordinadora Áreas Curriculares*

Asesoramiento didáctico
Beatriz Alen
Nora Alterman

Equipo del Área de Matemática
Coordinación y supervisión pedagógica
Mónica Agrasar
Graciela Chemello

Autores
Graciela Zilberman
Adriana Castro
Silvia Chara

Lectura crítica
Ana Encabo

Área de producción editorial
Raquel Franco, *Coordinadora editorial*
Natalia Ginzburg, *Edición*
Norma Sosa, *Corrección*
Carolina Mikalef, Alejandro Luna, *Dirección de arte*
Araceli Gallego, *Coordinación*
Alberto Caut, *Diagramación*
Martín Laksman, *Ilustración*

Presentación

Durante los últimos treinta años, diversos procesos económicos, sociales y políticos que tuvieron lugar en nuestro país pusieron en crisis el sentido de nuestra democracia. Sabemos que hoy la sociedad argentina es profundamente desigual a lo largo y a lo ancho de nuestro territorio. Estamos realizando importantes esfuerzos en materia de políticas públicas que van revelando indicios alentadores en el proceso de contribuir a revertir esas desigualdades. Pero ello aún no es suficiente. Niños y jóvenes son parte de una realidad donde la desocupación, la pobreza y la exclusión social siguen expresando todavía de manera desgarradora la enorme deuda que tenemos con ellos y con su futuro.

La educación no es ajena a esta injusticia. El crecimiento de las brechas sociales se manifiesta también en la fragmentación que atraviesa nuestro sistema educativo, en las desiguales trayectorias y aprendizajes que produce, y en las múltiples dificultades que enfrentan los docentes al momento de enseñar.

Pese a ello, en las escuelas, maestros y maestras insisten en redoblar sus esfuerzos, persisten en la búsqueda de alternativas, y todos los días ponen en juego su saber en la construcción de nuevas prácticas, frente a una crisis que, por cierto, excede al sistema escolar.

Frente al desgarro social y sus huellas dolorosas, y frente a la necesidad de garantizar la supervivencia, los docentes fueron responsables de que la escuela se sostuviera como uno de los pocos lugares –si no el único para amplios sectores– en el que el Estado continuó albergando un sentido de lo público, resguardando las condiciones para que hoy podamos volver a pensar en la posibilidad de un *todos*.

Así, reasumimos desde el Estado la responsabilidad de acompañar el trabajo cotidiano de los docentes, recrear los canales de diálogo y de aprendizaje, afianzar los espacios públicos y garantizar las condiciones para pensar colectivamente nuestra realidad y, de este modo, contribuir a transformarla.

Creemos que es preciso volver a pensar nuestra escuela, rescatar la importancia de la tarea docente en la distribución social del conocimiento y en la recreación de nuestra cultura, y renovar nuestros modos de construir la igualdad, restituyendo el lugar de lo común y de lo compartido, y albergando a su vez la diversidad de historias, recorridos y experiencias que nos constituyen.

Transitamos una época de incertidumbre, de cuestionamientos y frustraciones. No nos alcanza con lo que tenemos ni con lo que sabemos. Pero tenemos y sabemos muchas cosas y vislumbramos con mayor nitidez un horizonte alentador. Como educadores, nos toca la inquietante tarea de recibir a los nuevos alumnos y de poner a disposición de todos y de cada uno de ellos nuestras mejores herramientas de indagación, de pensamiento y de creación. En el encuentro que se produce entre estudiantes y docentes reside la posibilidad de la transmisión, con todo lo que ello trae de renovación, de nuevos interrogantes, de replanteos y de oportunidades para cambiar el mundo en el que vivimos.

Lo prioritario hoy es recuperar la enseñanza como oportunidad de construir otro futuro.

Frente a ese desafío y el de construir una sociedad más justa, las escuelas tienen encomendada una labor fundamental: transmitir a las nuevas generaciones los saberes y experiencias que constituyen nuestro patrimonio cultural. Educar es un modo de invitar a los niños y a los jóvenes a protagonizar la historia y a imaginar mundos cada vez mejores.

La escuela puede contribuir a unir lo que está roto, a vincular los fragmentos, a tender puentes entre el pasado y el futuro. Estas son tareas que involucran de lleno a los docentes en tanto trabajadores de la cultura. La escuela también es un espacio para la participación y la integración; un ámbito privilegiado para la ampliación de las posibilidades de desarrollo social y cultural del conjunto de la ciudadanía.

Cada día, una multitud de chicos ocupa nuestras aulas. Cada día, las familias argentinas nos entregan a sus hijos, porque apuestan a lo que podemos darles, porque confían en ellos y en nosotros. Y la escuela les abre sus puertas. Y de este modo no solo alberga a chicos y chicas, con sus búsquedas, necesidades y preguntas, sino también a las familias que, de formas heterogéneas, diversas, muchas veces incompletas, y también atravesadas por dolores y renovadas esperanzas, vuelven una y otra vez a depositar en la escuela sus anhelos y expectativas.

Nuestros son el desafío y la responsabilidad de recibir a los nuevos, ofreciéndoles lo que tenemos y, al mismo tiempo, confiando en que ellos emprenderán la construcción de algo distinto, algo que nosotros quizás no imaginamos todavía. En la medida en que nuestras aulas sean espacios donde podamos someter a revisión y crítica la sociedad que nos rodea, y garantizar el derecho de todos los niños, niñas, jóvenes y adultos de acceder a los saberes que, según creemos, resultan imprescindibles para participar en ella, podremos hacer de la educación una estrategia para transformarla.

La definición de los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios forma parte de una política educativa que busca garantizar una base común de saberes para todos los chicos del país. Detrás de esta decisión, existe una selección deliberada de conocimientos fundada en apreciaciones acerca de cuáles son las herramientas conceptuales que mejor condensan aquello que consideramos valioso transmitir en la escuela. También, una intención de colocar la enseñanza en el centro de la deliberación pública sobre el futuro que deseamos y el proyecto social de país que buscamos.

Es nuestro objetivo hacer de este conjunto de saberes y del trabajo en torno a ellos una oportunidad para construir espacios de diálogo entre los diversos actores preocupados por la educación, espacios que abran la posibilidad de desarrollar un lenguaje y un pensamiento colectivos; que incorporen la experiencia, los saberes y deseos de nuestros maestros y maestras, y que enfrenten el desafío de restituir al debate pedagógico su carácter público y político.

Lic. Alejandra Birgin
Directora Nacional de Gestión Curricular
y Formación Docente

Lic. Daniel Filmus
Ministro de Educación

Para dialogar con los Cuadernos para el aula

La serie *Cuadernos para el aula* tiene como propósito central aportar al diálogo sobre los procesos pedagógicos que maestros y maestras sostienen cotidianamente en las escuelas del país, en el trabajo colectivo de construcción de un suelo compartido y de apuesta para que chicos y chicas puedan apropiarse de saberes valiosos para comprender, dar sentido, interrogar y desenvolverse en el mundo que habitamos.

Quienes hacemos los *Cuadernos para el aula* pensamos en compartir, a través de ellos, algunos "hilos" para ir construyendo propuestas para la enseñanza a partir de los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Así, estos Cuadernos buscan tramar algunos saberes priorizados en múltiples itinerarios de trabajo, dejando puntas y espacios siempre abiertos a nuevos trazados, buscando sumar voces e instancias de diálogo con variadas experiencias pedagógicas. No nos mueve la idea de hacer propuestas inéditas, de "decir por primera vez". Por el contrario, nos mueve la idea de compartir algunos caminos, secuencias o recursos posibles; sumar reflexiones sobre algunas condiciones y contextos específicos de trabajo; poner a conversar invenciones de otros; abrir escenas con múltiples actores, actividades, imágenes y lecturas posibles.

Con ese propósito, el Ministerio Nacional acerca esta serie que progresivamente se irá nutriendo, completando y renovando. En esta oportunidad, abrimos la colección presentando un libro para Nivel Inicial y uno para cada campo de conocimiento priorizado para el Primer Ciclo de la EGB/Nivel Primario: uno de Lengua, uno de Matemática, uno de Ciencias Sociales y uno de Ciencias Naturales para cada año/grado.

En tanto propuesta abierta, los *Cuadernos para el aula* también ofrecerán aportes vinculados con otros saberes escolares: Educación Tecnológica, Formación Ética y Ciudadana, Educación Artística y Educación Física, del mismo modo que se proyecta aportar reflexiones sobre temas pedagógico-didácticos que constituyan renovadas preocupaciones sobre la enseñanza.

Sabemos que el espacio de relativa privacidad del aula es un lugar donde resuenan palabras que no siempre pueden escribirse, que resisten todo plan: espacio abierto al diálogo, muchas veces espontáneo, otras ritualizado, donde se condensan novedades y rutinas, silencios y gestos, lugar agitado por preguntas o respuestas impensadas o poco esperadas, lugar conocido y enigmático a la vez, lugar de la prisa. En esos vaivenes de la práctica, paradójicamente tan reiterativa como poco previsible, se trazan las aristas que definen nuestra compleja identidad docente. Una identidad siempre cambiante –aunque imperceptiblemente– y siempre marcada por historias institucionales del sistema educativo y sociocultural más general; una identidad que nos hace ser parte de un colectivo docente, de un proyecto pedagógico, generacional y ético-político.

Desde los *Cuadernos para el aula*, como seguramente podrá ocurrir desde muchas otras instancias, nos proponemos poner en foco las prácticas desplegadas cada día. En ese sentido, la regulación y el uso del tiempo y el espacio en el aula y fuera de ella, las formas que asumen la interacción entre los chicos y chicas, las formas en que los agrupamos para llevar adelante nuestra tarea, la manera en que presentamos habitualmente los conocimientos y las configuraciones que adopta la clase en función de nuestras propuestas didácticas construidas para la ocasión son dimensiones centrales de la vida en el aula; una vida que muchas veces se aproxima, otras niega y otras enriquece los saberes cotidianos que construyen los chicos en sus ámbitos de pertenencia social y cultural.

Queremos acercarnos a ese espacio de las prácticas con una idea importante. Las propuestas de los *Cuadernos para el aula* dialogan a veces con lo obvio que por conocido resulta menos explorado. Pero al mismo tiempo parten de la idea de que no hay saberes pedagógico-didácticos generales o específicos que sean universales y por tanto todos merecen repensarse en relación con cada contexto singular, con cada historia de maestro y de hacer escuela.

Este hacer escuela nos reúne en un tiempo en el que subsisten profundas desigualdades. Nuestra apuesta es aportar a superarlas en algún modesto sentido, con conciencia de que hay problemas que rebasan la escuela, y sobre los cuales no podemos incidir exclusivamente desde el trabajo pedagógico. Nuestra apuesta es contribuir a situarnos como docentes y situar a los chicos en el lugar de ejercicio del derecho al saber.

Desde ese lugar hablamos en relación con lo prioritario hoy en nuestras escuelas y aulas; desde ese lugar y clave de lectura, invitamos a recorrer estos Cuadernos. Sabemos que es en el patio, en los pasillos, en la sala de maestros y maestras y en cada aula donde se ponen en juego novedosas búsquedas, y también las más probadas respuestas, aunque las reconozcamos tentativas. Hay siempre un texto no escrito sobre cada práctica: es el texto de la historia por escribir de los docentes en cada escuela.

Esta serie precisamente pretende ser una provocación a la escritura. Una escritura que lea y recree, una escritura que discuta, una escritura que dialogue sobre la enseñanza, una escritura que irá agregando páginas a estos Cuadernos.

El equipo de *Cuadernos para el aula*

ÍNDICE

ENSEÑAR MATEMÁTICA EN EL PRIMER CICLO

Enseñar Matemática en el Primer Ciclo

Palabras previas

Quienes enseñamos necesitamos revisar permanentemente qué hacemos y para qué lo realizamos. Sabemos, por una parte, que cada una de nuestras experiencias tiene características singulares e irrepetibles; así, cada año, un nuevo grupo de alumnos nos plantea un desafío renovado. Por otra parte, los conocimientos que enseñamos y nuestras estrategias de enseñanza también se modifican; y son, además, cajas de resonancia de múltiples transformaciones y necesidades que tienen lugar en la sociedad, en sentido amplio y, en particular, en los campos de saber.

Por eso, en estas páginas, volvemos sobre ciertos aspectos de la tarea de enseñar que seguramente no son nuevos, pero sí centrales para promover mejores aprendizajes.

Preguntarse qué significa aprender matemática; qué se entiende por enseñar mediante la resolución de problemas y qué se concibe como problema; analizar cómo influye la gestión de la clase en el tipo de aprendizaje que logren los alumnos; estar actualizado respecto de algunos avances de las investigaciones didácticas; todo ello puede ayudarnos a realizar una relectura de las prácticas habituales, encontrar nuevos sentidos para lo que hacemos y reinventar así nuestras propuestas.

Pensar la actividad matemática en la ciencia y en la escuela

El conocimiento matemático, como ocurre con otros conocimientos y con las producciones culturales en general, ha ido generándose y transformándose en diferentes momentos históricos, en diálogo permanente con problemas que tienen lugar en los distintos entornos sociales y culturales.

Cuando alguien quiere estudiar una determinada situación o interactuar con ella, se formula preguntas. Estas podrían referirse a las relaciones entre ciertas cantidades –como las distancias recorridas y los tiempos empleados en hacerlo–, a las regularidades de una colección de formas o a la búsqueda de los números que cumplan un condición dada. Para responder a estas preguntas –que pueden referirse tanto al mundo natural y social como a la misma matemática– se utilizan modelos matemáticos conocidos o se construyen nuevos. Ejemplos de modelos son: las operaciones con números naturales, las propiedades que caracterizan los cuadriláteros o una ecuación que determine un conjunto de números. En algunos casos, se aplican reglas conocidas; en otros, se elaboran conjeturas y se producen nuevas reglas para comprobarlas. En todos, las conclusiones que se elaboran se interpretan para determinar si responden o no a las preguntas planteadas inicialmente. También forma parte de este proceso mejorar la eficacia de los modelos que se crean y de las formas de comunicar los descubrimientos, como también establecer relaciones entre lo nuevo y lo que ya se conoce.

El proceso de construcción y las conclusiones resultantes tienen rasgos específicos: un modo particular de pensar y proceder, y conocimientos con características particulares. Estos conocimientos permiten anticipar el resultado de algunas acciones sin realizarlas efectivamente; por ejemplo, si se ponen en una bolsa vacía 4 chapitas y luego 3 chapitas, es posible asegurar que hay 7 chapitas dentro de la bolsa sumando 4 más 3, sin necesidad de contar las unidades. Por otra parte, los resultados se consideran necesariamente verdaderos si, para obtenerlos, se han respetado reglas matemáticas. Por ejemplo, sabiendo que $4 + 3 = 7$, podemos asegurar que $4 + 4 = 8$ sin hacer la cuenta, pues al comparar las sumas, como el segundo sumando tiene una unidad más, el resultado tendrá una unidad más.

A la vez, la obtención de nuevos resultados conlleva la necesidad de crear un lenguaje para comunicarlos. Los números, las figuras y las relaciones tienen representaciones cuyo uso se conviene entre los matemáticos. De esta manera, la actividad matemática en la ciencia está muy fuertemente ligada a la resolución de problemas y a un modo particular de razonar y comunicar los resultados.

Esta forma de trabajar en Matemática debería ser también la que caracterice la actividad en el aula desde los inicios de la escolaridad. Se trata de que los alumnos entren en el juego matemático, es decir, que se ocupen de producir conocimientos nuevos (para ellos) frente a los problemas que se les planteen, y que debatan para validarlos o no como respuestas a las preguntas formuladas. Luego, con la intervención del maestro, los reconocerán como conocimientos que forman parte de la matemática. Así, en la escuela, los niños deberían ser introducidos en la cultura matemática, es decir, en las formas de trabajar “matemáticamente”.

Desde esta perspectiva, entendemos que saber matemática requiere dominar los conocimientos de esta disciplina para utilizarlos como instrumentos en la resolución de problemas, y también para definirlos y reconocerlos como objetos de una cultura.

Reconsiderar el sentido de la matemática en la escuela

La concepción que cada persona se va formando de la matemática depende del modo en que va conociendo y usando los conocimientos matemáticos. En este proceso, la escuela tiene un rol fundamental, ya que es allí donde se enseña y se aprende de un modo sistemático a usar la matemática. El tipo de trabajo que se realice en la escuela influirá fuertemente en la relación que cada persona construya con esta ciencia, lo que incluye el hecho de sentirse o no capaz de aprenderla.

Cuando la enseñanza de la matemática, en lugar de plantearse como la **introducción a la cultura de una disciplina científica**, se presenta como el dominio de una técnica, la actividad matemática en el aula se limita a reconocer, luego de las correspondientes explicaciones del maestro, qué definición usar, qué regla hay que aplicar o qué operación "hay que hacer" en cada tipo de problema. Se aprende qué hacer, pero no para qué hacerlo, ni en qué circunstancia hacer cada cosa.

La enseñanza que apunta al dominio de una técnica ha derivado en dificultades que ya conocemos: por una parte, aunque permite que algunos alumnos logren cierto nivel de "éxito" cuando el aprendizaje se evalúa en términos de respuestas correctas para problemas tipo, deja afuera a muchos alumnos que no se sienten capaces de aprender matemática de este modo. Por otra, lo así aprendido se demuestra claramente insuficiente en el momento en que se trata de usar los conocimientos para resolver situaciones diferentes de aquellas en las que se aprendieron.

Otras veces, la actividad en el aula incluye la resolución de problemas diversos, y se pasa de uno a otro y a otro sin un trabajo reflexivo que vuelva sobre lo realizado. Trabajar sólo resolviendo problemas, sin explicar o fundamentar "matemáticamente", también es insuficiente. Quienes trabajan de este modo, sin duda, no aprenden lo mismo que quienes, tras resolver esos mismos problemas, deben luego explicitar los procedimientos realizados y analizar las diferentes producciones o, a partir de los cuestionamientos de otros compañeros, argumentar sobre su propio punto de vista o dar razones sobre sus objeciones.

El trabajo que implica volver sobre lo realizado exige siempre una explicitación, un reconocimiento y una sistematización del conocimiento implicado en la resolución de los problemas, las formas de obtenerlo y validarlo. Sin este proceso, los conocimientos matemáticos aprendidos en la escuela –las nociones y formas de trabajar en matemática– no tendrán a futuro las mismas posibilidades de reutilización.

En síntesis, "cómo" se hace matemática en el aula define al mismo tiempo "qué" matemática se hace, y "para qué" y "para quiénes" se la enseña, lo que plantea una disyuntiva central en relación con la construcción de las condiciones que posibilitan el acceso a la matemática de unos pocos o de todos.

Priorizar un tipo de trabajo matemático

Resulta pues vital que prioricemos en la escuela, desde el momento en que los niños se inician en el estudio de la matemática, la **construcción del sentido** de los conocimientos por medio de la resolución de problemas y de la reflexión sobre estos, para promover así un modo particular de trabajo matemático que esté al alcance de todos los alumnos y que suponga para cada uno:

- Involucrarse en la resolución del problema presentado vinculando lo que quiere resolver con lo que ya sabe y plantearse nuevas preguntas.
- Elaborar estrategias propias y compararlas con las de sus compañeros considerando que los procedimientos incorrectos o las exploraciones que no los llevan al resultado esperado son instancias ineludibles y necesarias para el aprendizaje.
- Discutir sobre la validez de los procedimientos realizados y de los resultados obtenidos.
- Reflexionar para determinar qué procedimientos fueron los más adecuados o útiles para la situación resuelta.
- Establecer relaciones y elaborar formas de representación, discutirlas con los demás, confrontar las interpretaciones sobre ellas y acerca de la notación convencional.
- Elaborar conjeturas, formularlas, comprobarlas mediante el uso de ejemplos o justificarlas utilizando contraejemplos o propiedades conocidas.
- Reconocer los nuevos conocimientos y relacionarlos con los ya sabidos.
- Interpretar la información presentada de distintos modos, y pasar de una forma de representación a otra según su adecuación a la situación que se quiere resolver.

Elegir los problemas

Estamos afirmando que el sentido de los conocimientos matemáticos se construye al resolver problemas y reflexionar sobre ellos. Esto nos plantea, en principio, algunos interrogantes centrales: ¿qué problemas presentamos?, ¿cómo conviene seleccionar el repertorio de actividades para un determinado contenido y un grupo particular de alumnos?

Cuando el conjunto de problemas elegidos para tratar en clase una noción matemática no es suficientemente representativo de la diversidad posible a abordar en el año escolar correspondiente, es probable que los alumnos solo puedan utilizarla en contextos limitados, haciendo uso de representaciones estereotipadas y en situaciones muy similares a las que estudiaron en la escuela.

Es por ello que decimos que, al elegir o construir problemas para enseñar una noción con el propósito de que los alumnos construyan su sentido, debemos tener en cuenta una diversidad de contextos, significados y representaciones.

Asimismo, habrá que considerar distintas relaciones posibles entre datos e incógnitas, para no fomentar una idea estereotipada de problema y cuidar que, para ese conjunto de problemas, la noción que se quiere enseñar sea la "herramienta matemática" más eficaz que permite resolverlos.

Consideramos que cada actividad constituye un **problema matemático** para un alumno en la medida en que involucra un enigma, un desafío a sus conocimientos matemáticos, es decir, si estos le permiten iniciar la resolución del problema y, para hacerlo, elabora un cierto procedimiento y pone en juego las nociones que tiene disponibles, modificándolas y estableciendo nuevas relaciones.

En este sentido, la actividad que puede resultar problemática para un alumno no lo es necesariamente para otro, dependiendo de los conocimientos de que dispone. Así, para atender la heterogeneidad en cada grupo de alumnos respecto de sus conocimientos iniciales y dar a todos la posibilidad de construir una solución, es necesario plantear buenas preguntas, admitir diferentes procedimientos para responderlas y, luego, discutir sobre ellos.

Por ejemplo, si en un grupo de alumnos de 2º año/grado se trata de avanzar hacia el cálculo de multiplicaciones de números de 2 cifras por números de 1 cifra –habiendo resuelto ya problemas donde se multiplicaron dígitos entre sí y dígitos por 10–, se les puede preguntar cuántas baldosas hacen falta para armar un friso de 25 baldosas de largo y 4 de ancho. Algunos sumarán 4 veces 25; otros podrían sumar 4 + 25; otros pensarán que 2 frisos de 25 son 50 y sumarán 50 + 50; otros multiplicarán y sumarán 10 x 4 + 10 x 4 + 5 x 4, mientras que otros podrían hacer un dibujo con las filas y columnas de baldosas como apoyo para cualquiera de los procedimientos anteriores o para contarlas. El docente tendrá luego que plantear nuevas preguntas que pongan en evidencia que algunos de los procedimientos utilizados son ineficientes, costosos o inadecuados. Así, si en el ejemplo se quiere en una segunda instancia que los procedimientos de conteo y suma de sumandos iguales sean dejados de lado para avanzar hacia 25 x 4, se puede modificar la consigna pidiendo que la resuelvan, por ejemplo, realizando cálculos con al menos una multiplicación.

En síntesis, presentar un problema requiere, por una parte, elegir una pregunta adecuada a los conocimientos del grupo de alumnos y abrir su resolución a una variedad de estrategias, confiando en que todos los niños pueden hacerlo de algún modo. Por otra parte, habrá que trabajar con los conocimientos que surjan para avanzar hacia los que se quiere enseñar por medio del planteo de nuevas preguntas.

Los contextos

Se parte de la idea de que una noción matemática cobra sentido a partir del conjunto de problemas en los cuales resulta un instrumento eficaz de resolución. Esos problemas constituyen el o los contextos para presentar la noción a los alumnos. Por ejemplo, el cálculo de puntos en un juego, la construcción de una figura, la elaboración de un procedimiento para realizar un cálculo son contextos posibles para presentar la suma, los rectángulos o la propiedad conmutativa.

Para cada noción es posible considerar diferentes contextos que nos permitan plantear problemas en los que la resolución requiera su uso. Estos contextos podrán ser matemáticos o no, incluyendo entre estos últimos los de la vida cotidiana, los ligados a la información que aparece en los medios de comunicación y los de otras disciplinas.

Por ejemplo, la noción de multiplicación es frecuentemente introducida por medio de la resolución de problemas en los que una misma cantidad se repite un cierto número de veces, como cuando se pregunta por el precio total de varios artículos del mismo precio. En este caso, se trata de un **contexto no matemático** de la vida cotidiana. También habrá que plantear por qué para calcular $3 + 3 + 3 + 3$ es posible realizar una multiplicación, pero no se puede para $3 + 4 + 5$. En este caso se trata de un **contexto matemático**.

En ambos planteos, la multiplicación es el instrumento que resuelve el problema: la noción está contextualizada y "funciona" en esos casos particulares. En este sentido, al producir la solución, el alumno sabe que en ella hay conocimiento matemático, aunque no logre identificar cuál es. Para que pueda reconocerlo, tendremos que intervenir nombrando las nociones del modo en que se usan en la disciplina y reformulando las conclusiones alcanzadas por el grupo con representaciones lo más próximas posibles a las convencionales, es decir, reconociendo como conocimiento matemático el que se usó como instrumento de resolución, ahora independientemente del contexto.

Al presentar cada noción en diferentes contextos, y descontextualizarla cada vez, se amplía el campo de problemas que los alumnos pueden resolver con ella. De este modo, los chicos avanzan en la construcción de su sentido.

En todos los casos, los contextos tendrán que ser **significativos** para los alumnos, es decir que implicarán un desafío que puedan resolver en el marco de sus posibilidades cognitivas y sus experiencias sociales y culturales previas. Asimismo, los conocimientos involucrados en el problema deberán cobrar interés para ellos y ser coherentes desde el punto de vista disciplinar.

Al interactuar en su vida social, los niños aprenden las prácticas habituales de cada comunidad y construyen saberes, algunos de los cuales están ligados a la matemática. Son estos saberes los que debemos recuperar en la escuela para vincularlos con los conocimientos que deben aprender, ya sea para reconocerlos como parte de ellos y sistematizarlos, como para utilizarlos en nuevos contextos. De este modo, es esperable que los alumnos puedan incorporar en su vida cotidiana nuevas prácticas superadoras y valorar el aporte brindado por la escuela para su adquisición.

Los resultados de investigaciones realizadas sobre el uso de conocimientos matemáticos en situaciones de la vida cotidiana, como al hacer compras de alimentos, dan cuenta de los múltiples factores que determinan las decisiones que tomamos acerca de “cuánto” compramos y muestran que a veces no utilizamos conocimientos matemáticos. Por ejemplo, tenemos en cuenta las preferencias o necesidades de los integrantes de la familia y no solo la relación precio/cantidad. Al formular ese tipo de problemas con propósitos de enseñanza, seleccionamos algunos datos que intervienen en la situación o contexto real. Así, las relaciones que se establecen entre los datos para encontrar la respuesta están más relacionadas con los conocimientos que se quieren enseñar que con la situación real que da origen al problema.

Al elegir los problemas, también es esencial revisar los enunciados y las preguntas que presentamos, pues muchas veces se incluyen preguntas que carecen de sentido en sí mismas, pues no aluden a problemas reales o verosímiles. Por ejemplo, si en un enunciado se habla de la suma de las edades de dos hermanos o de la cantidad de hormigas de dos hormigueros, cabe preguntarse quién puede necesitar estos valores y para qué.

Un contexto muy utilizado en la clase de matemática es el de los juegos. El sentido de incluirlo va más allá de la idea de despertar el interés de los alumnos. Jugar permite “entrar en el juego” de la disciplina matemática, pues se eligen arbitrariamente unos puntos de partida y unas reglas que todos los participantes acuerdan y se comprometen a respetar. Luego, se usan estrategias que anticipan el resultado de las acciones, se toman decisiones durante el juego y se realizan acuerdos frente a las discusiones.

No debemos perder de vista que, al utilizar el juego como una actividad de aprendizaje, la finalidad de la actividad para el alumno será ganar, pero nuestro propósito es que aprenda un determinado conocimiento. Por eso, el hecho de jugar no es suficiente para aprender: la actividad tendrá que continuar con un momento de reflexión durante el cual se llegará a conclusiones ligadas a los conocimientos que se utilizaron durante el juego. Luego, convendrá plantear problemas de distinto tipo en los que se vuelvan a usar esos conocimientos: partidas simuladas, nuevas instancias de juego para mejorar las estrategias, tareas a realizar con los conocimientos descontextualizados.

Los significados

Cada noción matemática resuelve un cierto conjunto de problemas; sin embargo, no tiene el mismo significado en todos los casos. Por ejemplo, si trabajamos la suma de números naturales, podemos enunciar dos problemas que se puedan resolver realizando el cálculo 4 + 5. En el problema “En el cumpleaños de Jimena me regalaron 5 caramelos. Yo tenía 4 caramelos guardados, ¿cuántos tengo ahora?”, las cantidades son 4 y 5 caramelos, es decir que son del mismo tipo. En cambio en el problema “Para dar premios en un juego, llevamos a la escuela algunas golosinas. Ale llevó 4 caramelos y 5 bombones. ¿Cuántas golosinas llevó?”, las cantidades son de dos clases distintas –caramelos y bombones– que, sin embargo, pueden ser reunidos en una sola clase: golosinas.

Además, en ambos problemas, se establecen diferentes relaciones entre las cantidades involucradas. En el primer problema, se trata de un aumento de la cantidad de objetos de una colección inicial –aquí **sumar** significa **agregar**–; mientras que en el segundo, se juntan los elementos de dos colecciones; en este caso, sumar significa **reunir**. En estos ejemplos presentamos solo dos de los posibles significados de la suma, pero, al variar las relaciones que se pueden establecer entre las cantidades involucradas, es posible considerar otros para esta operación.

Por otra parte, para el mismo significado de una operación es posible plantear problemas en los que varíe el tamaño de los números –de una cifra, dos, etc.– y las magnitudes correspondientes a las cantidades. En este sentido, es importante incluir algunos en los que estas sean discretas, como la cantidad de caramelos, y otros en los que sean continuas, como la longitud o el peso.

Al planificar es importante tener en cuenta que, a lo largo de su recorrido por el Primer Ciclo, los alumnos deben ir trabajando con los diferentes significados de las operaciones básicas, variando también el tamaño de los números y las magnitudes involucradas, lo que supondrá construir un conjunto de problemas de diferentes niveles de complejidad.

Las representaciones

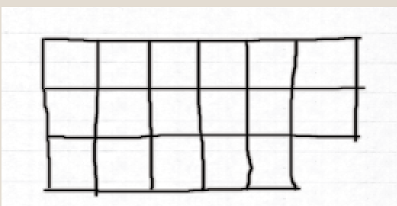
En el conjunto de problemas que seleccionamos también es necesario tener en cuenta las distintas representaciones posibles de la noción que queremos enseñar, ya que la posibilidad de avanzar en la comprensión de una noción implica reconocerla en sus distintas representaciones pudiendo elegir la más conveniente y pasar de una a otra en función del problema a resolver.

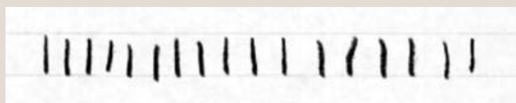
Por ejemplo, para representar una colección cualquiera de diecisiete elementos, es posible escribir, entre otras, las siguientes expresiones:

17 14 + 3 1 x 10 + 7 5 x 3 + 2 XVII

Entre todas las representaciones anteriores, en la escuela se enseña 17 o 14 + 3 desde 1er año/grado; 1 x 10 + 7 o 5 x 3 + 2 desde 2º y, por último, XVII.

En el aula pueden aparecer otras representaciones ligadas con los procedimientos de resolución que realizan los alumnos. Por ejemplo, si los diecisiete elementos se encuentran en el enunciado de un problema que requiere contar objetos que están o no ordenados en forma rectangular –como las baldosas de un patio o una cantidad de figuritas–, podrían aparecer la cuadrícula o los palitos.





En estos casos, las representaciones deberían ser analizadas en el grupo, socializadas para darles un lugar entre los conocimientos construidos en la clase, para que luego el docente pueda incluirlas en las actividades que presente. Asimismo, a las representaciones producidas por los alumnos es posible agregar otras cuyo tratamiento el maestro considere necesario.

Estas representaciones pueden tener solo un valor local, es decir, particular para ese problema o uno similar. Por ejemplo, dibujar palitos no resulta económico cuando hay que tratar con cantidades grandes ya que es más complejo dibujar y contar muchos elementos.

Otras representaciones, en cambio, pueden evolucionar para adaptarse a nuevos problemas. Por ejemplo, para representar productos de números más grandes se puede dibujar un rectángulo y colocar los números de su ancho y su largo sin necesidad de dibujar las líneas de la cuadrícula.

De ser posible, es preferible que la necesidad de usar otra representación sea descubierta por el propio alumno frente a la insuficiencia de una anterior. El tiempo que aparentemente se "pierde" en este trabajo de hacer evolucionar las representaciones en función de la necesidad de "economía" se gana en significatividad de estas representaciones para el alumno.

Del mismo modo, el uso o no de materiales "concretos" debería ser decidido por el alumno en función de sus necesidades, las que están ligadas al estado de sus conocimientos. Por ejemplo, para trabajar con cantidades en los primeros años/grados, algunos alumnos usarán objetos como palitos de helado o tapitas; otros, marcas sobre papel o los dedos, y otros emplearán números. Poner aquellos a su disposición puede ser parte de la consigna, pero habrá que cuidar que en esta se dé lugar al uso de otros caminos, pues, de lo contrario, no se estará promoviendo la anticipación propia de la actividad matemática, que en este caso implica usar otras formas de representación. Si se ha pedido que todos traigan tapitas de la casa, se pueden ubicar en una caja de material común y plantear que cada uno las busque cuando las necesite. Esto muestra el importante papel que tienen las consignas, dado que sintetizan las condiciones para la resolución del problema.

Al plantear los problemas, deberemos promover que la representación que cada alumno utilice sea una forma de expresar lo que está pensando, y que el debate posterior a las producciones sobre la pertinencia y economía de estas permita su evolución hacia las representaciones convencionales.

Cuando los chicos vayan avanzando en su disponibilidad de diferentes formas de representación de una misma noción, será conveniente que sean ellos los que elijan una u otra, en función de la situación que intentan resolver.

Que los alumnos vayan evolucionando desde las formas personales que usan para resolver los problemas hasta las convencionales que se utilizan en Matemática será una tarea a largo plazo.

Las relaciones entre datos e incógnitas

Algunos de los problemas que se presentan y funcionan como contexto para utilizar una noción tienen el propósito de trabajar lo que denominamos **tratamiento de la información**. En estos casos, lo que se pone en juego es la relación entre los datos y las incógnitas.

Muchas veces detectamos que los alumnos intentan resolver el problema que les presentamos sin pensar el enunciado, buscando solo qué operación deben realizar para solucionarlo. Esa forma de enfrentarse al problema está fomentada por muchos enunciados que forman parte de la tradición escolar y por el tratamiento que se les da en clase. Suelen aparecer todos los datos necesarios para responder la pregunta que se hace y esta se refiere al resultado de una operación entre ellos. Asimismo, el maestro que ya enseñó los cálculos propone a los alumnos que identifiquen "la" operación y espera que resuelvan el problema sin dificultad.

Una manera de modificar esta cuestión es generar en los chicos la necesidad de leer e interpretar el enunciado del problema y, por lo tanto, de construir una representación mental de la situación que les permita encontrar algún procedimiento de resolución. Para ello, será necesario variar tanto la forma de presentación del enunciado como el tipo de tarea que el alumno debe realizar.

Los enunciados pueden ser breves relatos, tener datos “de más” e incluir imágenes. Las preguntas también serán variadas: algunas no se podrán contestar, otras se contestarán con un dato y sin operar, y otras requerirán hacer una operación, pero la respuesta podrá ser una información diferente del resultado de la operación. También los alumnos podrán proponer problemas, para lo cual se puede dar información y pedir que formulen preguntas o presentar datos y respuestas para elaborar una pregunta que los relacione. A la vez, tendremos que organizar la clase de modo que cada alumno pueda interpretar el problema y tomar una primera decisión autónoma a propósito de su resolución.

Construir condiciones para resolver problemas

Para que cada alumno se involucre en el juego matemático, además de elegir un problema desafiante pero adecuado para sus conocimientos, y en el que la noción a enseñar sea un instrumento eficaz de resolución, es necesario tener en cuenta el siguiente conjunto de condiciones: los materiales necesarios, las interacciones derivadas de la forma de organizar la clase y nuestras intervenciones durante su transcurso.

Cuidar estas condiciones, anticiparlas al planificar la clase, es, en realidad, uno de nuestros grandes desafíos como maestros.

Las situaciones de enseñanza

En algunas ocasiones, la tarea que se propone al alumno puede presentarse solo mediante el enunciado de un problema, o con una pregunta para un conjunto bien elegido de cálculos, o con un interrogante que deba ser respondido a partir de una información publicada en el diario o en la publicidad de una revista. En otras ocasiones, habrá que proporcionar los instrumentos de geometría para realizar una construcción o los materiales para un juego –sean estos cartas, dados y tablas para anotar puntajes, una pista numerada y fichas para marcar las posiciones, el croquis de un recorrido, etc.–. En todos los casos, una primera condición es asegurarnos de tener disponibles los materiales a utilizar.

También habrá que anticipar cuál es el tipo de interacciones que queremos que se den para organizar distintos momentos de la clase: las de los alumnos con el maestro, de los alumnos entre sí, y entre cada alumno y el problema. Habrá que proponer, según convenga y de manera no excluyente, momentos de trabajo en forma individual, en pequeños grupos o con toda la clase.

Los niños podrán realizar diferentes tareas. En algunas ocasiones, trabajarán usando los conocimientos matemáticos de manera implícita, sin nombrarlos ni escribirlos, por ejemplo, al medir, construir, decidir cómo jugar o contar. En otras, utilizarán los conocimientos matemáticos de manera explícita: tendrán que describir cómo midieron o contaron, qué instrumentos usaron para construir y qué hicieron en cada paso, o producirán un instructivo para que otro construya una figura o realice un cálculo, explicarán por qué decidieron utilizar un procedimiento u otro, cómo pueden comprobar que un resultado es adecuado. También darán razones para convencer a otro compañero de que los números encontrados o las figuras dibujadas cumplen con las condiciones del problema; tendrán que argumentar sobre si un procedimiento es o no correcto, o en qué casos una afirmación es verdadera.

Al anticipar el desarrollo de la clase y prever las condiciones necesarias para que ocurran las interacciones que nos interesan, diseñamos una **situación problemática** a propósito del conocimiento que queremos enseñar. Esta situación incluye un conjunto de elementos y relaciones que estarán presentes en la clase: el problema, los materiales, una cierta organización del grupo, un desarrollo con momentos para diferentes intercambios. Al planificar, también anticipamos los diferentes procedimientos y las representaciones que podrán usar los alumnos, nuestras preguntas y las conclusiones posibles.

La gestión de la clase

Hemos planteado ya que, para que los alumnos desarrollen el tipo de trabajo matemático que buscamos promover, serán fundamentales las intervenciones del docente durante la clase.

El trabajo de resolución de problemas que se propone en este enfoque genera muchas veces inseguridad. Pensamos ¿cómo voy a presentar este problema si no muestro antes cómo hacerlo?, ¿cómo voy a organizar la clase si cada uno responde de una manera distinta? o ¿cómo voy a corregir si hay distintos procedimientos en los cuadernos?

Respecto de la primera pregunta, para iniciar el aprendizaje de un nuevo conocimiento en el proyecto de cada año escolar, tendremos que **presentar un problema** asegurándonos de que todos hayan comprendido cuál es el desafío que se les propone. Para que cada alumno acepte ocuparse de él, es esencial generar el deseo de resolverlo. Este tipo de intervención, que busca que el alumno se haga cargo de la resolución, es siempre parte del inicio de la clase, pero puede reiterarse en distintos momentos, toda vez que sea necesario y oportuno. Es una invitación para que el chico resuelva por sí solo y no una orientación sobre cómo debe hacerlo.

Para comenzar, los niños lo **resuelven** de manera individual o en pequeños grupos, con diferentes procedimientos, según los conocimientos de los que dispone cada uno. Por ejemplo, en 1er año/grado, cuando aún no se enseñó a sumar, es posible plantear a los niños que averigüen la cantidad de lápices que quedaron en una caja luego de que un alumno puso allí 9 y otro sacó 5, contándolos frente a todos en ambos casos. Los niños podrán recurrir a una variedad de procedimientos para resolver la consigna: algunos usarán los dedos; otros, dibujitos; otros, el material concreto disponible; unos, una tabla con números u otros cálculos.

Luego, habrá que dar lugar a un **intercambio** del que participen todos los alumnos y en el que se vayan explicando las diferentes aproximaciones al conocimiento que se quiere enseñar, y debatir sobre ellas. Al analizar las diferentes soluciones, tendremos que valorizar de igual modo todas las producciones, ya sea que permitan o no arribar a una respuesta al problema planteado.

Al dar lugar a la presentación y explicación de los procedimientos utilizados por los chicos, es necesario animarlos a **dar razones** de lo realizado, a explicar por qué lo hicieron de cierta forma, a argumentar sobre la validez de sus producciones. Esto les permitirá volver sobre lo que han pensado para analizar sus aciertos y errores y controlar, de este modo, el trabajo. Alentarlos a hablar o participar a aquellos que no lo hacen espontáneamente significa trabajar suponiendo que los chicos pueden progresar y no que van a fracasar.

Este trabajo incorpora a los alumnos en el proceso de evaluación en un lugar diferente del habitual, donde quedan a la espera de la palabra del docente que les ratifica de inmediato si lo que hicieron está bien o no. Si han asumido como propia la tarea de resolución, querrán saber si lo producido es o no una respuesta a la pregunta que organizó el quehacer matemático en el aula. Es en el debate que el conjunto de la clase dará por válida o no una respuesta, lo que llevará a la modificación de los procedimientos que conducen a errores.

En un comienzo, las razones que los alumnos den al debatir se apoyarán en ejemplos, comprobaciones con materiales, como contar chapitas, plegar papeles o tomar medidas, entre otros casos, para luego avanzar hacia el uso de propiedades. A la vez, estas últimas se enunciarán con distintos niveles de formalización: por ejemplo, de *podés hacer 4 + 3 y te da lo mismo que 3 + 4,* en el Primer Ciclo, a: *al sumar es posible conmutar,* en el Segundo Ciclo.

Con la intervención del maestro, se reconocerán y sistematizarán los saberes que se van descubriendo. Esta tarea de establecer relaciones entre las conclusiones de la clase y el conocimiento matemático al que se pretende llegar, introduciendo las reglas y el lenguaje específicos, y entre los conocimientos ya conocidos y los nuevos, es una tarea que está siempre a cargo del maestro y que resulta imprescindible para que los alumnos identifiquen qué han aprendido. Para esto, no tenemos que basarnos en ningún esquema rígido. Esas intervenciones pueden darse en distintos momentos, siempre que sean oportunas; es decir que lleguen después de que los alumnos hayan desplegado sus propios razonamientos.

El camino propuesto no implica diluir la **palabra del maestro.** Cuando los chicos están resolviendo los problemas solos o con su grupo, el maestro podrá pasar cerca de cada uno, atendiendo lo que van haciendo, los términos que usan, lo que escriben, quiénes no participan y quiénes siguen atentamente –aun sin hablar– lo que hacen sus compañeros. De tal modo, el maestro tendrá un registro del conjunto de conocimientos que se despliegan en la clase. Esta información será fundamental para tomar decisiones en el momento del debate: ¿qué grupo conviene que hable primero?, ¿cuáles tienen una respuesta similar? Esto permitirá optimizar el tiempo dedicado a la puesta en común de manera que no resulte tediosa para los alumnos.

El docente tampoco queda al margen del debate de la clase, ya que es él quien lo conduce. A veces, las conclusiones a las que los chicos llegan en conjunto son parcialmente válidas, y constituyen una respuesta provisoria a la pregunta planteada. Allí, el maestro podrá decir, por ejemplo: *por ahora acordamos que resolvemos así; en la próxima clase lo seguiremos viendo.* De esta manera, interviene en el proceso sin anticiparse, pero dejando marcas, planteando alguna contradicción. Así no invalidaremos el trabajo de la "comunidad clase", pero dejaremos instalado que hay alguna cuestión que hay que seguir discutiendo.

En relación con el modo de **organizar la clase** frente a las distintas respuestas y tiempos de trabajo de los niños, consideremos la forma habitual. Los docentes usualmente planteamos situaciones para que sean resueltas por todo el grupo, lo que nos permite valorar, corregir, hacer señalamientos como ayuda, aceptando las intervenciones de los alumnos.

Es cierto que es más fácil llevar adelante el trabajo colectivo sobre un único procedimiento, pero de este modo se corre el riesgo de que solo un grupo de alumnos participe activamente siguiendo al maestro, mientras otros se quedan al margen de la propuesta; y aunque todos lo siguieran, lo aprendido se limita a una única manera de pensar.

La alternativa que proponemos a la organización habitual de la clase, según nuestros objetivos, será organizar la actividad de distintas maneras: individual, por pares o grupos de más alumnos, y aun con distintos tipos de tareas para cada grupo o dentro del mismo grupo, alentando la movilidad de los roles y estando atentos a la posible configuración de estereotipos que, lamentablemente, algunas veces hacen que la discriminación se exprese en la clase de

Matemática. Tanto los momentos de trabajo individual como los compartidos en grupo aportan al alumno un tipo de interacción diferente con el conocimiento, por lo que ambos deberán estar presentes en la clase.

Muchas veces, cuando estamos a cargo de un plurigrado, separamos a los niños según el año/grado que cursan y el tema sobre el que están trabajando, y vamos atendiendo a un grupo por vez. Sin embargo, en ocasiones, convendría agruparlos “entre” años, según los conocimientos disponibles y el criterio de avance compartido, y trabajar con un mismo conocimiento. Aquí, lo importante será variar los significados y/o los contextos de uso, para que cada grupo se enfrente con la complejidad que exigen las diferentes posibilidades de aprendizaje y de intereses.

En la propuesta, el cuaderno de clase tiene diferentes funciones: en él, cada chico ensaya procedimientos, escribe conclusiones que coinciden o no con su resolución y, eventualmente, registra sus progresos, por ejemplo, en tablas en las que da cuenta del repertorio de cálculos que ya conoce. De este modo, el cuaderno resulta un registro de la historia del aprendizaje y los docentes podemos recuperar las conclusiones que los alumnos hayan anotado cuando sea necesario para nuevos aprendizajes.

En este sentido, conviene además conversar con los padres que, acostumbrados a otros usos del cuaderno, pueden reclamar o preocuparse al encontrar en él huellas de errores que para nosotros juegan un papel constructivo en el aprendizaje. De todos modos, es recomendable discutir con el equipo de colegas de la escuela cómo se registra en el cuaderno la presencia de una producción que se revisará más adelante.

También el pizarrón tiene diferentes funciones. Allí aparecerá todo lo que sea de interés para el grupo completo de la clase, por ejemplo: los procedimientos que queremos que los alumnos comparen, escritos por un representante del grupo que lo elaboró o por el maestro, según lo que parezca más oportuno. Convendrá usar también recursos como afiches o de otro tipo para llevar el registro de las conclusiones –como tablas de productos, acuerdos sobre cómo describir una figura, etc.– para que el grupo las pueda consultar cuando sea necesario.

Promover la diversidad de producciones es un modo de incluir a todos en el aprendizaje, de generar confianza en las propias posibilidades de aprender y de poner en evidencia la multiplicidad de formas de pensar frente a una misma cuestión, así como la necesidad de acordar cuáles se consideran adecuadas en función de las reglas propias de la matemática.

Es muy importante instalar en la escuela las condiciones necesarias para que los niños sientan que los errores y los aciertos surgen en función de los conocimientos que circulan en la clase, es decir que pueden ser discutidos y validados con argumentos y explicaciones. Es así como pretendemos que los niños vayan internalizando progresivamente que la matemática es una ciencia cuyos resultados y progresos se obtienen como consecuencia necesaria de la aplicación de ciertas relaciones y del debate entre quienes las plantean, y no como una práctica de la adivinación o del azar o un saber que no sufre transformaciones.

De todos modos, sabemos que seleccionar problemas y secuencias de actividades que puedan ser abordadas por los alumnos de la clase con distintas herramientas, e intervenir convenientemente para que todos puedan avanzar, supone para nosotros una dificultad mucho mayor que la de presentar un problema que la mayoría resuelve de la misma manera. Quizá nos dé un poco de tranquilidad saber que a trabajar en grupo se aprende y que, en el inicio de este aprendizaje, hay que tolerar una cuota de desorganización, hasta que los alumnos incorporen la nueva dinámica.

Una cuestión ligada a la organización de la enseñanza que conviene tener en cuenta es la de articular, en cada unidad de trabajo, algún conjunto de actividades que formen una **secuencia** para desarrollar cierto contenido. El criterio que utilizamos al presentar algunos ejemplos en el apartado "Propuestas para la enseñanza" es que en cada nueva actividad de una misma secuencia se tome como conocimiento de partida el que ha sido sistematizado como conclusión en la anterior.

Otra cuestión también ligada a la elaboración de una unidad de trabajo, y que permite mejorar el **uso del tiempo de clase**, es la articulación de contenidos. Por ejemplo, la "designación oral y representación escrita de números" y "la identificación de regularidades de la serie numérica", expresadas en los NAP de 1er año/grado, pueden abordarse en una misma unidad y aun en una misma secuencia. Por ello, es conveniente tener en cuenta que la presentación de los NAP no indica un orden de enseñanza y que, antes de armar las unidades, es indispensable tener un panorama de la totalidad de la propuesta.

Evaluar para tomar decisiones

En cuanto a los objetivos con que presentamos los problemas, podemos plantear distintas opciones: para introducir un tema nuevo, para que vuelvan a usar un conocimiento con el que trabajaron pero en un contexto distinto o con un significado o representación diferentes, o para recuperar prácticas ya conocidas que les permitan familiarizarse con lo que saben hacer y lo hagan ahora con más seguridad. Pero los problemas son también un tipo de tarea que plantearemos para evaluar.

Sin desconocer que cada maestro tomará decisiones de promoción y acreditación en función de acuerdos institucionales y jurisdiccionales sobre criterios y parámetros, queremos poner énfasis en la idea de que un sentido fundamental de la evaluación es recoger información sobre el **estado de los saberes de los alumnos**, para luego tomar decisiones que permitan orientar las estrategias de enseñanza.

Las producciones de los niños dan cuenta tanto de los resultados derivados de nuestras propias estrategias de enseñanza, como de lo que aprendieron y de sus dificultades.

El modo de trabajo propuesto en estas páginas introductorias permite tomar permanentemente información acerca de qué saben los chicos sobre lo que se ha enseñado o se desea enseñar. Los problemas seleccionados para iniciar cada tema pueden funcionar para tener algunos indicios de los conocimientos del grupo y considerarlos en un sentido diagnóstico para terminar de elaborar la unidad didáctica. De este modo, la evaluación diagnóstica, en lugar de focalizarse en el inicio del año, se vincula con la planificación de cada unidad.

Al considerar las producciones de los alumnos, pueden aparecer errores de diferente origen, pero muchas veces los que llamamos "errores" no son tales. Algunos de ellos están vinculados con una distracción circunstancial como copiar mal un número del pizarrón que solo habrá que aclarar. Otros, en cambio, estarán mostrando una forma de pensar provisoria, por ejemplo, cuando los chicos dicen "al multiplicar siempre se obtiene un número mayor que cada factor". Esto último no es cierto si se considera el campo de los números racionales, pero sí lo es para un chico del Primer Ciclo que lo piensa desde sus experiencias numéricas vinculadas al campo de los números naturales.

En otros casos, se considera como error que los niños utilicen una representación distinta de la convencional. Por ejemplo, producir procedimientos de cálculo para agregar 4 a 16, y escribir la serie 17, 18, 19, 20, en lugar de 16 + 4 = 20 sería un paso posible para evolucionar del conteo al cálculo y no un error.

Frente a los "errores" descubiertos será necesario: analizarlos, intentar comprender cómo y por qué se producen y plantear actividades de distinto tipo. En el caso de cuestiones presentes en las producciones de muchos alumnos del grupo, habrá que volver sobre la noción involucrada en ese momento, cuestionándolos con ejemplos que contradigan sus ideas. No es evitando los "errores" que se acorta el proceso de aprendizaje, sino tomándolos que se enriquece.

Avanzar año a año en los conocimientos que enseñamos en el Primer Ciclo

La mayoría de las nociones matemáticas que se enseñan en la escuela lleva mucho tiempo de elaboración, por lo que es necesario delinear un recorrido precisando el punto de partida y atendiendo el alcance progresivo que debiera tener el tratamiento de las nociones en el aula.

El Eje "Número y Operaciones" incluye como aprendizajes prioritarios, durante el Primer Ciclo, el **uso de los números naturales** en distintas situaciones y el **análisis del valor posicional** de cada cifra en los números. Para ello, en 1er años/grados se parte de los conocimientos que los niños tienen del recitado de algún tramo de la serie numérica para contar, así como del uso, en algunos contextos, de la numeración escrita y oral en función de cuál es su entorno inmediato y de sus experiencias. Se avanza en el intervalo conocido del recitado, en el uso de la serie oral para el conteo efectivo y en el conocimiento de la serie escrita.

Luego, las propuestas que apuntan a la idea de **valor posicional** se centran en el análisis de regularidades en distintos tramos de la serie numérica y en la producción de escrituras aditivas de los números. En tal sentido, propondremos situaciones que apunten a vincular la serie oral con la escrita, reconociendo el 28 como del grupo de los "veinti…" o del grupo de "los que terminan en 8", y también como 20 + 8, o 20 + 5 + 3, o 10 + 10 + 8. Es esperable que los alumnos se apoyen luego en este tipo de descomposiciones para efectuar sumas y restas de este número con otros.

En 2º y 3er años/grados se continuará el trabajo sobre las regularidades de la serie numérica, utilizando números más grandes, pues los descubrimientos que los alumnos han hecho en 1º para los números del 1 al 100 no los generalizan a otros intervalos mayores de dicha serie si no se trabaja sobre ellos. En 2º año/grado tendrán que analizar las regularidades en otras centenas (del 100 al 199, del 500 al 599, etc.) y en 3er año/grado, las que corresponden a los miles. En 2º y 3er años/grados también se desarrolla un trabajo vinculado con el pasaje de la descomposición aditiva a la descomposición aditiva y multiplicativa de los números, por ejemplo, para pasar de pensar 456 como 400 + 50 + 6 a pensarlo como 4 x 100 + 5 x 10 + 6 x 1.

Otro aprendizaje prioritario del Eje "Número y Operaciones" es el de las **operaciones básicas**, tanto en relación con los problemas aritméticos que resuelven como con las formas de calcular. En el Primer Ciclo, es esperable que los alumnos exploren los primeros significados de la suma, la resta, la multiplicación y la división de los números naturales y que calculen en forma exacta y aproximada con distintos procedimientos, apoyándose en un repertorio de cálculos memorizados.

En relación con los significados de las operaciones, ya desde 1^{er} año/grado se comienza con problemas de suma relativos a las ideas de agregar y reunir, y con problemas de resta vinculados con las de quitar, perder y retroceder. Si bien en este año/grado podemos iniciar el trabajo con problemas de complemento y diferencia, estos serán abordados con mayor profundidad durante 2^{o} y 3^{er} años/grados.

Respecto de la multiplicación, en 2^{o} año/grado se empieza con problemas sencillos de proporcionalidad –donde se da como dato el valor unitario–; entre ellos, se incluyen aquellos que admiten una organización rectangular de los elementos, es decir, los que pueden ser colocados ordenadamente en filas y columnas. Estos continúan trabajándose en 3^{o}, ampliando la propuesta con problemas de combinatoria que involucren poca cantidad de elementos.

Simultáneamente con los problemas de multiplicación, se presentan los de división. A partir de la relación entre ambos tipos de problemas, los niños irán reconociendo en la multiplicación un conocimiento útil para resolver problemas de división. Es esperable que durante 2^{o} año/grado los alumnos logren resolver problemas de reparto por procedimientos de conteo, de reparto uno a uno y/o por sumas o restas sucesivas. En 3^{er} año/grado podrán utilizar, entre otros recursos, el algoritmo de la multiplicación.

En relación con las **formas de calcular**, es importante considerar como inicio del trabajo la utilización de diferentes procedimientos de cálculo en función de los conocimientos disponibles de los alumnos sobre los números involucrados y sobre las operaciones antes de comenzar con los algoritmos convencionales que todos realizamos de la misma manera. Por otra parte, resultará interesante evaluar con los niños la conveniencia de utilizar el cálculo mental, por ejemplo, para 100 + 300, o el uso de algoritmos escritos, en el caso de que estén en juego números como 128 + 46.

Un trabajo reflexivo sobre el cálculo debe incluir tanto actividades de producción y memorización de repertorios y reglas como un trabajo colectivo centrado en la comparación de una variedad de procedimientos utilizados por distintos alumnos frente a un mismo problema.

Cuando se trabajan los repertorios de cálculos memorizados –aditivo, sustractivo, multiplicativo–, se propicia la toma de conciencia individual de cuáles son aquellos disponibles y, a la vez, se proponen actividades tendientes a que todos los alumnos dominen ciertos cálculos.

Asimismo, es importante plantear a los alumnos situaciones que les permitan diferenciar en qué ocasiones será suficiente con realizar un cálculo aproximado –en este caso, se recurrirá a la estimación– y en cuáles será necesario una respuesta exacta. En particular, el cálculo aproximado permite anticipar y evaluar la razonabilidad del resultado.

La **construcción de los algoritmos** en 1er año/grado está centrada en el cálculo horizontal de sumas y restas con distintos procedimientos basados en las descomposiciones aditivas. En 2º se continúa con lo iniciado en 1º y se comienza el trabajo con los algoritmos de la suma y de la resta que se retomarán en 3º. También en 2º, los niños podrán resolver multiplicaciones apelando a sumas reiteradas. En 3er año/grado se abordará el algoritmo de la multiplicación y se propiciará el avance de los procedimientos de resolución de problemas de división, sin considerar el algoritmo usual.

Como parte del trabajo numérico, se considera central apuntar a la reflexión sobre **relaciones numéricas**, tanto en series de números como en cálculos, analizando semejanzas y diferencias y pudiendo establecer conclusiones, de modo que, a largo plazo, los alumnos dispongan de una red de relaciones que facilite el aprendizaje de otros conocimientos, entre ellos, nuevos cálculos. En 1er año/grado este trabajo se centra en pensar, por ejemplo, cómo cambia un número cuando se le suma o se le resta 1 o 10 apoyándose en el estudio de las regularidades de la serie numérica, cómo cambian dos sumandos que tienen por resultado un mismo número como el 10, o cómo se modifica el resultado si en una suma se cambia un sumando por el número siguiente. Dado que en 2º año/grado se continúa estudiando la serie numérica incluyendo otras regularidades, es posible profundizar el trabajo iniciado en 1º planteando, por ejemplo, cómo cambia un número al sumar o restar 100. En 2º también se puede considerar cuál es la regla que funciona en la serie de números de una tabla de multiplicar y también qué ocurre al cambiar el orden de los números en una suma y en una resta. En 3º se avanza trabajando en el mismo sentido con los cálculos, como las sumas y restas de centenas, y relacionando las distintas tablas de multiplicar entre sí.

Al hablar de **tratamiento de la información**, nos referimos a un trabajo específico que permita a los alumnos desplegar ciertas capacidades, como interpretar la información que se presenta en diferentes portadores (enunciados, gráficos, tablas, etc.), seleccionar y organizar la información necesaria para responder preguntas, diferenciar datos de incógnitas, clasificar los datos, planificar una estrategia de resolución, anticipar resultados, etc. Para ello, es oportuno formular preguntas que involucren el uso de solo algunos datos o que necesiten incluir datos que deberán investigarse pues no están presentes, que tengan una, muchas o ninguna respuesta e, incluso, alguna que se responda solo identificando parte de la información presente.

La lectura y organización de la información y la recolección y organización de la información obtenida puede iniciarse en 1er año/grado con propuestas en las que la información se presente en imágenes (de un mercado, de una plaza) para luego elaborar tablas o cuadros de doble entrada, etc. El registro de los puntajes de un juego es un momento propicio para reflexionar acerca de cómo organizar una información para que pueda ser entendida por todos con cierta rapidez. En 2º y 3er años/grados continuaremos con lo iniciado en 1º y avanzaremos con situaciones que requieran la interpretación de mayor cantidad de datos contenidos en soportes, como en un gráfico de barras, proponiendo “leer” la información contenida y estableciendo relaciones entre las diferentes magnitudes involucradas.

En el Eje “Geometría y Medida” incluimos el estudio del **espacio**. Los niños construyen, desde pequeños, un conjunto de referencias espaciales mediante la manipulación de objetos y de su progresiva posibilidad de moverse y explorar espacios de diferentes tamaños. Esas referencias espaciales se articulan progresivamente en un sistema que permite ubicar los objetos en el espacio sensible.

Es por eso que en el Primer Ciclo planteamos problemas que ponen en conflicto la referencia inicial del propio cuerpo y que demuestran la insuficiencia de estructurar el espacio sin otros referentes, permitiendo avanzar en la construcción de nuevas referencias que articulen tanto la posición de los sujetos como la de los objetos. Para resolver los problemas, los niños tendrán que describir e interpretar relaciones que les permitan ubicar posiciones, realizar recorridos y comenzar a conocer el espacio representado en diferentes croquis y planos.

En paralelo con el estudio del espacio, se estudian las **formas** de dos y tres dimensiones. Para ello, es posible comenzar a trabajar con las **figuras** y los **cuerpos** sin relacionarlos necesariamente con objetos del mundo sensible. Entre los problemas que pueden presentarse, son fundamentales aquellos en los que los niños deben describir una forma y los que apuntan a la copia, el dibujo, la construcción de una figura o el armado de un cuerpo.

La diferencia en los problemas de descripción a lo largo del ciclo estará dada por las propiedades de las figuras que se incluyan: bordes rectos o curvos, número de lados y de vértices, y ángulos rectos o no, para el caso de las figuras; superficies curvas o planas, número y forma de las caras, para el caso de los cuerpos.

En los problemas de copia, dibujo o construcción, la diferencia estará dada no solo por las propiedades de las figuras sino también por el tipo de papel con que se trabaje, los instrumentos de geometría que se utilicen y los datos que se den sobre la figura a construir.

En todos los casos, habrá que tener en cuenta diferentes conjuntos de figuras en función de las actividades que se propongan. Al resolver estos problemas, los alumnos irán construyendo algunas propiedades de esas figuras y cuerpos, y apropiándose de un vocabulario específico.

En relación con la noción de **medida**, en el Primer Ciclo las actividades que se desarrollan apuntan a considerar diversas situaciones en las que medir resulte absolutamente necesario. Se trata de introducir a los niños en esta problemática, provocar algunas conversaciones para que expresen sus ideas y ponerlas en discusión. De esta manera, planteamos algunos problemas que permiten a los alumnos construir el sentido de esta práctica social al variar los contextos en los que se requiera la medición y analizando el proceso de medir.

En 1er año/grado, los niños se iniciarán en la medición de longitudes, capacidades y pesos, y en el uso del calendario para ubicarse en el tiempo. En 2º, resolverán problemas con el objetivo de conocer las unidades convencionales más usuales: el metro, el centímetro, el litro, el kilogramo y el gramo, realizando mediciones y estimaciones de las magnitudes mencionadas en objetos de su entorno y discutiendo la forma de escribir la medida. En 3º, se avanzará respecto de 2º mediante la inclusión de unidades que sean mitades y cuartas partes de las unidades más usuales.

También, en relación con los conocimientos incluidos en este Eje, se podrá realizar un trabajo de tratamiento de la información, planteando problemas con datos presentados de diferentes formas: en un gráfico, a partir de instrucciones ordenadas, con un enunciado que describe características de las figuras, de las relaciones o de las cantidades, etc. Asimismo, convendrá que la respuesta involucre una, muchas o ninguna solución e, incluso, que alguna se responda solo identificando determinada información presente.

Articular el trabajo en la clase de 3er año/grado

Al organizar unidades de trabajo, es recomendable plantear en forma articulada los contenidos propios de cada eje y los de los diferentes ejes, teniendo en cuenta cuáles pueden desarrollarse en paralelo y cuáles debieran preceder a otros, y también que, para resolver muchas situaciones, es necesario recurrir a conocimientos de distintos campos.

En relación con la **articulación del trabajo numérico**, al inicio del año, habrá que considerar el intervalo de los números del 1 al 1000 ya estudiado en 2º, para plantear situaciones en las que haya que leer y escribir números. En la misma unidad didáctica, se podrán incluir situaciones del campo aditivo o del campo multiplicativo para avanzar luego en la discusión sobre los problemas que pueden resolverse tanto sumando como restando y aquellos que también pueden resolverse multiplicando o dividiendo.

Al avanzar el año, el conocimiento de la serie numérica progresará al considerar no solo la progresión habitual de 1000 en 1000, sino también el análisis de distintos intervalos o de números más grandes que 10.000 y que posibiliten estudiar las regularidades de la serie, aunque no se opera aún en este año con números mayores que 1000.

Al mismo tiempo, se podrá dar lugar al avance en el trabajo con las cuatro operaciones. En este año, se trata de avanzar en las relaciones entre suma y resta, entre suma y multiplicación, entre restas sucesivas y división y entre multiplicación y división.

La complejización tendrá en cuenta no solo el tamaño de los números sino la variedad de problemas en cuanto a su significado y a la posibilidad de incluir varias preguntas.

Para avanzar en el trabajo sobre el cálculo, es necesario que los alumnos se apoyen en los problemas resueltos antes para poder otorgar significado a las operaciones. Por otra parte, la posibilidad de operar comprensivamente con números más grandes estará ligada al trabajo previo de memorización y establecimiento de relaciones entre los cálculos de un repertorio básico de sumas y productos.

En lo referido a la **articulación del trabajo geométrico, espacial y de medida** es posible considerar, por ejemplo, actividades donde haya que representar un espacio en un plano, con lo que será necesario considera a la vez las posiciones de los objetos entre sí y las formas y medidas de los dibujos que se realicen.

El trabajo con las nociones espaciales y geométricas no requiere el desarrollo previo de contenidos numéricos, por lo que su tratamiento puede iniciarse desde el comienzo del año escolar, alternando unidades dedicadas a cada eje.

En cuanto a la **articulación entre el trabajo numérico y el de medida**, es conveniente proponer problemas como parte de los contextos posibles para presentar las operaciones en donde aparezcan informaciones sobre cantidades incluyendo expresiones con números naturales y con las primeras fracciones.

nap

El reconocimiento y uso de los números naturales, de su designación oral y representación escrita y de la organización del sistema decimal de numeración.

El reconocimiento y uso de las operaciones de adición y sustracción, multiplicación y división.

NÚMERO Y OPERACIONES

EJE

Número y Operaciones

Los saberes que se ponen en juego

Para que los alumnos puedan aprender los saberes incluidos en los núcleos, en la escuela tendremos que proponer situaciones de enseñanza en las que se pongan en juego distintos aspectos de estos. Se trata de que los conocimientos matemáticos se introduzcan en el aula asociados a los distintos problemas que permiten resolver, para luego identificarlos y sistematizarlos.

- Usar números naturales de una, dos, tres, cuatro y más cifras a través de su designación oral y representación escrita al comparar cantidades y números.
- Identificar regularidades en la serie numérica y analizar el valor posicional en contextos significativos al leer, escribir, comparar números de una, dos, tres, cuatro y más cifras, y al operar con ellos.
- Usar las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división con distintos significados.
- Realizar cálculos de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones adecuando el tipo de cálculo a la situación y a los números involucrados, y articulando los procedimientos personales con los algoritmos usuales para el caso de la multiplicación por una cifra.
- Usar progresivamente resultados de cálculos memorizados (incluyendo los productos básicos) y las propiedades de la adición y la multiplicación para resolver otros.
- Explorar relaciones numéricas* y reglas de cálculo de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, y argumentar sobre su validez.
- Elaborar preguntas o enunciados de problemas y registrar y organizar datos en tablas y gráficos sencillos a partir de distintas informaciones.

---

* Las relaciones numéricas que se exploren estarán vinculadas con los conocimientos disponibles sobre el sistema de numeración y/o las operaciones.

Propuestas para la enseñanza

En este apartado, intentamos precisar el alcance y el sentido de los conocimientos que se priorizan en el Eje “Número y Operaciones” a partir de algunos ejemplos de actividades para desarrollar en el aula y de producciones de los niños.

Además, presentamos posibles secuencias de actividades que apuntan al aprendizaje de un contenido y muestran el tipo de trabajo matemático propuesto desde el enfoque explicitado al inicio del *Cuaderno*, en “Enseñar Matemática en el Primer Ciclo”.

Para conocer el sistema de numeración

Para que los alumnos comprendan la representación de cantidades en el sistema de numeración decimal, en la escuela ha sido habitual presentar las nociones de unidad, decena y centena, en relación con la idea de agrupamiento: para obtener una decena, se agrupan las unidades de a 10; luego, las decenas se reúnen en grupos de 10 para obtener una centena, y así sucesivamente. Este modo de presentación, realizado durante los primeros años de la escolaridad, exige que los alumnos, además de comprender que en cada posición el valor de la cifra es diferente, entiendan que 10 veces 10 es 100, y 10 veces 100 es 1000, lo que conlleva la idea de multiplicación.

Otra manera de abordar la enseñanza de las características del sistema de numeración –que se desarrolló en los *Cuadernos para el aula: Matemática 1* y *2*– propone enfrentar a los alumnos con diversos problemas que les permitan explorar distintos tramos de la serie numérica, encontrando regularidades y estableciendo relaciones entre los números. Para establecer estas regularidades, es decir, las características que se repiten en un determinado tramo, los chicos tendrán que considerar el valor posicional de las cifras.

Este tipo de abordaje, en los primeros años de la escolaridad, considera las ideas y el modo de pensar las escrituras numéricas de los niños como anclaje para el aprendizaje. Por ejemplo, para interpretar, escribir o descomponer los números, los chicos se apoyan, por un lado, en los conocimientos numéricos ya alcanzados, pero también extraen información del modo como se nombran los números. Por ejemplo, *trescientos cuarenta y ocho* puede asociarse palabra por palabra a la escritura 300, 40 y 8, y por lo tanto, a la descomposición aditiva 300 + 40 + 8.

Entre 2º y 3er años/grados, cuando los alumnos comienzan a trabajar con las multiplicaciones, también podrán reconocer que *trescientos* es lo mismo que 3 veces 100 o que *cuatro mil* es 4 veces 1000.

Así, al estudiar las regularidades, consiguen arribar a conclusiones tales como: *cuatrocientos se combina con uno, dos, tres, … hasta nueve y allí comienzan los números del cuatrocientos diez, cuatrocientos once, cuatrocientos doce…;* o también: *cuatrocientos se puede combinar con diez, veinte… hasta noventa y ahí empiezan los del quinientos;* o bien: *cuando agregamos 100 a un número, cambia la cifra de la centena* y *cuando agregamos 1000 a un número, cambia la cifra de la unidad de mil.*

Para que los niños puedan descubrir regularidades, es necesario que les presentemos situaciones que involucren intervalos de la serie numérica suficientemente amplios, de modo que sea evidente cómo cambia la escritura al ir agregando 1, 10 o 100, etc. Cuando se avanza en la enseñanza según el orden "clásico", podría pensarse que algunos problemas como: *¿qué año será el que viene si ahora estamos en el 2006?* no pueden ser resueltos por los chicos si solo se ha trabajado con la numeración hasta 1000; sin embargo, ellos pueden arribar a una respuesta que dará cuenta de sus hipótesis acerca de las reglas que organizan el sistema de numeración.

En 2º y 3er años/grados, los alumnos trabajan el pasaje de la descomposición aditiva a la descomposición aditiva y multiplicativa de los números. Por ejemplo, pasar de pensar el 3472 como 3000 + 400 + 70 + 2, a hacerlo también como 3 x 1000 + 4 x 100 + 7 x 10 + 2.

Así, la resolución de situaciones que requieran que los alumnos comparen u ordenen cantidades y números, expliciten y analicen las regularidades de nuestro sistema de numeración, y compongan o descompongan aditiva y multiplicativamente los números, irá dando lugar poco a poco a que, además de la idea de valor posicional, puedan construir la noción de las sucesivas agrupaciones "de a 10". Este proceso suele demandar varios años de la escolaridad hasta que los niños logren una comprensión más acabada de las reglas del sistema.

En este año/grado, se cierra una etapa. Así, las competencias numéricas desarrolladas en años anteriores ahora se profundizan y extienden a números de mayor cantidad de cifras. Los números que se incluyen en las actividades que se presentan podrán referirse, al igual que en los años anteriores, a cantidades o posiciones y también podrán ser estudiados por sí mismos. En 3º también se podrán referir a medidas con distintas unidades, como ocurre al expresar la duración de un tiempo de un partido de fútbol en horas o minutos: $\frac{3}{4}$ de hora, 45 minutos.[1]

Plantear situaciones para comparar y ordenar cantidades y números

En particular, en relación con la posibilidad de comparar números u ordenarlos se tratará que los alumnos generalicen la conclusión de que el mayor es el que tiene más cifras y, si se trata de números con la misma cantidad de cifras, el más grande es el que tiene la cifra de mayor valor absoluto en el lugar que corresponde al mayor orden.

Para trabajar la comparación entre números[2] y la distancia de un número dado a otro, sugerimos el planteo de situaciones en las que, por ejemplo, a partir de 4 dígitos distintos, se deba formar el número mayor, el menor, o bien un número que esté entre dos números dados, como ocurre en el siguiente juego.[3]

> **"Lo más cerca posible":** calcular la distancia entre dos números
> **Materiales:** por grupo, cartas o cartones con los 10 dígitos.
> **Organización de la clase:** se divide en grupos de a 3 o 4 alumnos.
> **Desarrollo:** el objetivo es formar un número que esté lo más próximo posible a un número dado. Para ello, el docente escribe un número de 3 cifras en el pizarrón y reparte a cada grupo 3 cartas (o cartones) con dígitos. Una posible consigna puede ser: *con los tres números que reciben, tienen que armar el número que les parece que está más cerca del que escribí en el pizarrón. Cuando cada grupo haya armado el suyo, los escribirán en el pizarrón y entre todos averiguaremos qué grupo ganó. El grupo que gana se anota un punto. Luego de varias rondas, gana el equipo que obtuvo más puntos.*

---

1 El número como medida se desarrollará en el apartado "Para diferenciar magnitudes y medir" dentro del Eje "Geometría y Medida" de este *Cuaderno.*

2 **Recomendación de lectura:** se sugiere la consulta de las situaciones que permiten comparar números desarrolladas en *Cuaderno para el aula: Matemática 2.*

3 En el apartado "Los contextos", se explicita el valor que tienen los juegos y su adecuada gestión didáctica como actividad para que los alumnos desarrollen el tipo de trabajo matemático que se explicita en "Enseñar matemática en el Primer Ciclo".

Veamos un caso: supongamos que el número al que deben aproximarse es el 400, y los distintos grupos forman con sus cartas los números 501, 414, 478, 250 y 387. Lo primero que debe someterse a discusión es si, efectivamente, cada grupo armó el número más cercano posible de acuerdo con las cartas que recibió. Por ejemplo, quienes formaron el 250 porque recibieron los cartones 0, 5 y 2 deberían haber armado el 520, debido a que está más cerca de 400, como pedía la consigna.

Luego, para saber quién es el ganador, hay que decidir cuál de los números es el más cercano, es decir, habrá que compararlos entre sí. En este momento, trataremos de promover el análisis de los procedimientos utilizados por los chicos. En algunos casos habrán realizado una comparación según la regla de mirar primero la cifra de mayor valor y así siguiendo. Por ejemplo, esto funciona para 501 y 478 que son ambos mayores que 400: el más cercano es el 478 porque 501 es mayor que 478. Ganó el 478. En cambio, este procedimiento no sirve para comparar el 387 y el 414, dado que uno es mayor y otro menor que 400. En este caso, debe calcularse entonces la distancia de cada uno de ellos con el 400. Para hacerlo, en este año/grado, es probable que algunos chicos utilicen la suma, en forma exacta o aproximada. Por ejemplo: como 387 + 3 = 390, y 390 + 10 = 400, la distancia entre 387 y 400 es 13. En el caso de que ningún alumno utilice la resta, el docente podrá mostrarlo como otro procedimiento posible de resolución.

Con el fin de que los chicos pongan en juego algunos de los procedimientos utilizados por sus compañeros, podemos repetir la misma actividad en otras instancias. Al hacerlo, también se puede cambiar la organización de la clase para que jueguen en forma más autónoma. Por ejemplo, los alumnos se agrupan de a 4. En cada ronda, de forma rotativa, un chico será el encargado de escribir el número de 3 cifras y repartir las 3 cartas a los integrantes de su grupo. Luego de que sus compañeros armen los números, tendrá que anotar los puntajes correspondientes a cada jugador, pudiendo asignar 100 puntos al más cercano y 50 al que le sigue.

Otro juego para comparar números como el que planteamos a continuación permite, en su primera versión, diagnosticar los conocimientos disponibles de los alumnos y, en la segunda, abordar el trabajo con números de más cifras propio de 3º.

"Dados mágicos":[4] componer y comparar números
Materiales: 3 dados y una tabla para registrar los valores obtenidos por cada alumno.
Organización de la clase: se divide en grupos de 4 participantes.
Desarrollo: se les explica a los chicos que uno de los dados será "supermágico": en él, cada punto valdrá 100 puntos. Otro será "mágico": cada punto valdrá 10 puntos. El tercer dado será "común", y cada punto valdrá 1.
En su turno, cada jugador lanza los 3 dados; cuando ve qué números salieron, decide cuál dado será "supermágico", cuál "mágico" y cuál "común".
A continuación, escribirá el puntaje obtenido en una tabla como la que se presenta más abajo. Luego, le toca el turno al jugador siguiente, quien tira los dados, y así sucesivamente.
Al término de cada vuelta, gana el jugador que haya obtenido el mayor puntaje.

Sugerimos que todos los jugadores que participen de la actividad lleven el control del juego anotando y calculando los puntajes obtenidos –por él y por sus compañeros– en una tabla de resultados. En la siguiente tabla, se registra el puntaje obtenido con cada dado de acuerdo con si es "supermágico", "mágico" o "común". El docente podría ejemplificar en el pizarrón cómo anotar.

Jugador	Dado supermágico	Dado mágico	Dado común	Total	Espacio para usar si necesitan hacer cálculos
Ana	400	40	3		
Nico	600	40	3		
Martín	600	50	5		

Para calcular los puntajes obtenidos en cada tirada, los alumnos suelen utilizar diferentes estrategias: contar, calcular o asociar directamente el puntaje total. Por ejemplo, Ana podría contar los puntajes de un dado: 100, 200, 300, 400; luego 10, 20, 30, 40 para el otro dado, y 3 para el último; aunque también podría hacer la suma convencional: 400 + 40 + 3 o apoyarse en la multiplicación 4 x 100 + 4 x 10 + 3.

[4] Adaptación de una secuencia extraída de Secretaría de Educación de la Ciudad de Buenos Aires (2004), "Material para el docente, Proyecto conformación de grados de aceleración", Buenos Aires, Secretaría de Educación de la Ciudad de Buenos Aires.

Es esperable que después de jugar varias veces, algunos alumnos ya no necesiten escribir cálculos en la última columna y puedan concluir que esas cuentas no son necesarias porque *el puntaje te lo dicen las palabras.* Efectivamente, si se leen los números obtenidos en cada dado siguiendo el orden de los cienes, dieces y sueltos, por ejemplo "cuatrocientos", "cuarenta" y "tres", es posible averiguar el total, que es "cuatrocientos cuarenta y tres". Esta conclusión pueda ser utilizada por los niños con posterioridad, también fuera del contexto del juego.

Para mantener el interés de los chicos en cada actividad, es conveniente producir algunas modificaciones en las consignas. Con estos pequeños cambios, los alumnos podrán avanzar en los contenidos numéricos o bien utilizar nuevos procedimientos, siempre a partir del objetivo propuesto.

Para avanzar se puede jugar una segunda versión agregando un dado en el que cada uno de sus puntos valga 1000 y se llame "extramágico". El maestro evaluará, en función de los conocimientos numéricos de los chicos, si es posible comenzar a jugar directamente con cuatro dados.

Para utilizar nuevos procedimientos, se puede cambiar a la siguiente consigna: *el alumno que forma el menor número posible gana.* En este caso, los chicos podrán arribar a la conclusión: *si gana el mayor, convendrá elegir como "extramágico" el dado con mayor valor; si gana el menor, convendrá que ese dado ocupe el lugar del dado común.*

Plantear situaciones para analizar regularidades

El trabajo con las regularidades de la serie puede continuar con el mismo recurso utilizado en 1er y 2º años/grados: los cuadros con 100 números. En este año/grado, suelen ubicarse los números de 1 en 1 para cualquier centena de la serie, por ejemplo, desde 600 a 699 o 1200 a 1299; o los números de 10 en 10 para un intervalo de mil números como el que va de 4000 a 5000; o también los números de 100 en 100, por ejemplo, desde 0 hasta 9900.

Esta propuesta de organización de los números resulta útil para analizar las regularidades, pues permite focalizar qué parte de la escritura numérica cambia cuando la cantidad representada aumenta de a 1: la cifra de las unidades cambia desde 0 hasta 9, mientras que la de las decenas se mantiene igual 10 números seguidos antes de cambiar al siguiente recorriendo, también de 0 a 9, etcétera.

En los casos en que varía de a 10, mientras se mueve en la misma fila, se modifica el lugar de la cifra de las decenas, y si se desplaza hacia el casillero de abajo se modifica el lugar de las centenas. Por último, si el cuadro está armado de 100 en 100, se modifica en las filas el lugar de las centenas y en las columnas, el lugar de la unidad de mil.

Según cual sea el dominio de la serie de 1 a 1000 alcanzado por los alumnos, para este tema se pueden retomar las propuestas planteadas en el *Cuaderno para el aula: Matemática 2*. Por medio de las actividades allí incluidas, se podrá apuntar a que los alumnos reconozcan la escritura de los números en cifras, a la localización de estas escrituras en tablas organizadas de 1 en 1 y de 10 en 10, y a que puedan tomar conciencia del diferente rol que cada cifra juega en el significado total del número escrito. Los valores posicionales pueden ser nombrados, al modo en que lo hacen los alumnos, como miles, cienes, dieces y unos, introduciendo paulatinamente los nombres convencionales.

Es posible fijar los contextos apropiados para cada cuadro numérico de acuerdo con el intervalo que se desee trabajar. Así, los números de 1 a 1000 se pueden identificar, por ejemplo, con los libros en una biblioteca, con las páginas de un volumen de una colección de varios tomos, con las fotos del fichero de un fotógrafo que tiene su material clasificado o con la numeración de las casas que, según la localidad en que se desarrolle la propuesta, tendrá números solo con *miles,* solo con cienes, o con ambos.

Luego de que los alumnos interactúen con los diferentes cuadros de números, es esperable que comiencen a establecer ciertas relaciones que expresarán en frases como: *en esta columna todos los números terminan en 600; en esta fila todos comienzan con 23; todas las filas terminan en números que tienen un 9 en algún lugar; si bajo un casillero es lo mismo que sumar 100; si subo un casillero es lo mismo que quitar 1000,* etcétera.

2000	2010	2020	2030	2040	2050	2060	2070	2080	2090
2100	2110	2120	2130	2140	2150	2160	2170	2180	2190
2200	2210	2220	2230	2240	2250	2260	2270	2280	2290
2300	2310	2320	2330	2340	2350	2360	2370	2380	2390
2400	2410	2420	2430	2440	2450	2460	2470	2480	2490
2500	2510	2520	2530	2540	2550	2560	2570	2580	2590
2600	2610	2620	2630	2640	2650	2660	2670	2680	2690
2700	2710	2720	2730	2740	2750	2760	2770	2780	2790
2800	2810	2820	2830	2840	2850	2860	2870	2880	2990
2900	2910	2920	2930	2940	2950	2960	2970	2980	2990
3000									

0	100	200	300	400	500	600	700	800	900
1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900
2000	2100	2200	2300	2400	2500	2600	2700	2800	2900
3000	3100	3200	3300	3400	3500	3600	3700	3800	3900
4000	4100	4200	4300	4400	4500	4600	4700	4800	4900
5000	5100	5200	5300	5400	5500	5600	5700	5800	5900
6000	6100	6200	6300	6400	6500	6600	6700	6800	6900
7000	7100	7200	7300	7400	7500	7600	7700	7800	7900
8000	8100	8200	8300	8400	8500	8600	8700	8800	8900
9000	9100	9200	9300	9400	9500	9600	9700	9800	9900
10000									

Es conveniente dejar colgado en la pared del aula un cuadro de 10 en 10 y/o de 100 en 100, para que los alumnos puedan recurrir a ellos buscando información para escribir números. Esto puede suceder espontáneamente o bien podremos orientarlos con preguntas como: *¿qué números de este cuadro te pueden ayudar para escribir 1243?* o dando más información, como: *¿cuál de estos números* –se señalan el 1000, el 1100 y el 1200– *te sirve para saber cómo se escribe 1243?*

Dado que es posible cambiar el intervalo numérico sobre el que se trabaja, este tipo de actividades suele adaptarse fácilmente a los diferentes conocimientos de partida de los alumnos. Por esta adaptabilidad también es recomendable su implementación en el **plurigrado**, ya que nos permite presentar problemas adecuados para distintos grupos, con actividades y materiales similares.

Algunas propuestas de actividades para continuar el trabajo con estos cuadros pueden ser:

- Completá los casilleros marcados.
- Ubicá el 3440 y los 8 números que lo rodean.
- Escribí los cinco números que siguen al 4880.
- Completá la columna de los que terminan en 70.

3000	3010	3020	3030	3040	3050	3060	3070	3080	3090
3100									
3200									
3300									
3400									
3500									
3600									
3700									
3800									
3900									
4000									

En este caso, el cuadro solo incluye la información que corresponde al inicio de las filas y las columnas. Para escribir el número en un casillero pintado, por ejemplo el 3520, los chicos pueden establecer relaciones entre los números que encabezan la fila: *está en la fila del tres mil quinientos y la columna de los que terminan con 20.*

Ya avanzados en el trabajo, podemos presentar aun menos información, proporcionado solo fragmentos de cuadros para completar a partir de dos datos correctos, con consignas tales como:

- Completá los casilleros remarcados.

			8110	
				8290

- Encontrá los números “intrusos” sabiendo que los números remarcados son correctos.

5000		5020	5030	
5100				5140
5150			5230	
		5450		
			5520	

Cuando se trabaje con estos fragmentos de cuadros, es importante que los chicos descubran cómo es el cuadro que se les presenta y cuál es la regularidad que siguen los números en él. También se sugiere hacer hincapié en que se trata de un recorte de un cuadro de 10 x 10, y no de un cuadro de 5 x 5, pues esto los podría llevar a errores al completar los casilleros.

Aunque en 3º es poco probable que ocurra, si al ampliar el campo numérico algún chico realiza escrituras del tipo 300040092 o 3000492, para el 3492, recomendamos la lectura del apartado "Plantear situaciones para leer y escribir números" en el *Cuaderno para el aula: Matemática 2*. Allí se explica por qué los chicos escriben de esta manera los números y se exploran las distintas intervenciones que podríamos desplegar los docentes para ayudarlos a superar esas dificultades.

La siguiente actividad permite que los alumnos lean y encuadren números entre otros dos números de un cuadro, al tiempo que establecen relaciones entre todos los números incluidos en él.

"Tres en línea": encuadrar números en distintos intervalos
Materiales: 3 tarjetas con cada uno de los 10 dígitos por grupo. Fichas, tapitas u otros elementos pequeños. Cuatro cartones de números como los siguientes.

0	100	200	300	400
1000	1100	1200	1300	1400
2000	2100	2200	2300	2400
3000	3100	3200	3300	3400
4000	4100	4200	4300	4400

500	600	700	800	900
1500	1600	1700	1800	1900
2500	2600	2700	2800	2900
3500	3600	3700	3800	3900
4500	4600	4700	4800	4900

5000	5100	5200	5300	5400
6000	6100	6200	6300	6400
7000	71000	7200	7300	7400
8000	8100	8200	8300	8400
9000	9100	9200	9300	9400

5500	5600	5700	5800	5900
6500	6600	6700	6800	6900
7500	7600	7700	7800	7900
8500	8600	8700	8800	8900
9500	9600	9700	9800	9900

Organización de la clase: pueden armarse grupos de 5 alumnos. Uno de los integrantes es el encargado de “cantar los números”, y cada uno de los otros 4 jugadores recibe un cartón. En el centro de la mesa se colocan las fichas que se utilizan para marcar.
Desarrollo: en cada ronda, luego de mezclar el mazo de cartas, el encargado saca 4 cartas, las coloca una al lado de la otra formando un número y “canta” el número. Los otros participantes analizan si el número cantado se encuentra entre dos casilleros de una misma fila de su cartón y, en ese caso, colocan una ficha entre los mismos. Continúa formando otros números con las cartas hasta que alguno de los jugadores gane al ubicar 3 fichas en una misma hilera en sentido horizontal o vertical.

Otras actividades frecuentes que permiten analizar las regularidades del sistema de numeración son la que involucran el completamiento de escalas ascendentes y descendentes a partir de un número dado, de 1 en 1, de 10 en 10, de 100 en 100, de 1000 en 1000, de 15 en 15, etc. Según como se planteen, estas actividades pueden resultar largas o tediosas, y llevar a que los alumnos se distraigan o pierdan el interés. Además, si durante el proceso de completamiento los chicos no tienen indicios de cómo lo van realizando, suelen arrastrar errores en los números siguientes. Por ello, sugerimos que las actividades de completamiento abarquen un tramo corto de la serie y tengan números intercalados como información de control.

- Completá los espacios que faltan.

1400 – 1435 – $\boxed{}$ – $\boxed{}$ – $\boxed{}$ – 1575

6500 – 6000 – $\boxed{}$ – $\boxed{}$ – 4500 –

Para resolver esta actividad, los chicos tienen que analizar los números dados, determinar si avanzar o retroceder y de a cuánto. Los números intercalados les permitirán evaluar si los completamientos que realizan son correctos.

Plantear situaciones para componer y descomponer números

Para continuar el trabajo de composición y descomposición de números abordado en 2º año/grado, y que los alumnos avancen en la comprensión del sistema de numeración, podemos plantear actividades como el canje de billetes, el cálculo de puntajes en juegos y la anticipación del resultado de operaciones realizadas con calculadora.

Por ejemplo, se puede retomar la secuencia “El juego del cajero”, planteada en 2º año/grado,[5] incluyendo billetes de $ 500 y $ 1000. Dado que estos billetes no se corresponden con los de curso legal, se pueden construir con papel o cartulina, al modo en que aparecen en diversos juegos de mesa.

En una primera actividad, los alumnos se organizan por grupos y uno hace de cajero mientras los demás reciben sucesivamente 3 tarjetas con números de 3 y 4 cifras; en cada mano, el jugador debe solicitarle por escrito al cajero el número de monedas y billetes de cada tipo que necesita para reunir dicha cantidad. Al finalizar el tiempo asignado a la actividad, ganará el que tiene la mayor cantidad de dinero. En este caso, los chicos podrán componer con billetes y monedas (de todos los valores) y hacer sumas manipulando o no los materiales según sus conocimientos.

A continuación, es posible plantear los siguientes problemas.

- Escribí tres maneras diferentes de pagar este cheque.
- Si el cajero quiere usar la menor cantidad posible de billetes, ¿cuántos billetes necesitará?

Si es posible, formá $ 3840 utilizando:

- La menor cantidad posible de billetes.
- 40 billetes de $ 100 (observemos que este caso no es posible).
- Solamente billetes de $ 100 y de $ 1.

[5] **Recomendación de lectura:** se sugiere la consulta de la secuencia para componer y descomponer números “El juego del cajero” incluida en *Cuaderno para el aula: Matemática 2.*

En instancias posteriores del mismo juego, los niños podrán jugar con la siguiente restricción: al pedir el dinero, deberán hacerlo con la menor cantidad de billetes posibles y usando solamente billetes de $ 1000, $ 100 y $ 10 y monedas de $ 1. Esto los llevará, por un lado, a reflexionar sobre la información que brinda cada cifra según la posición que ocupe en el número, y por otro, a considerar que esta descomposición es única.

Luego de realizada la actividad, se pueden proponer problemas como los siguientes.

- Resolvé los problemas de este cajero.

Un cliente pide al cajero que le pague $ 3200. Si solo quiere billetes de $ 100, ¿cuántos deberá darle? ¿Habrá alguna manera rápida de averiguarlo?

Otro cliente pide cambio de $ 1000. Si quiere 5 billetes de $ 100 y el resto de $ 10, ¿cuántos billetes le darán?

- Completá el cuadro para formar las cantidades de dinero indicadas con la menor cantidad de billetes y monedas posible.

	Billetes de $ 100	**Billetes de $ 10**	**Monedas de $ 1**
824			
1960			
6034			
705			
750			

Es de esperar que aparezcan formulaciones tales como: *las cifras indican la cantidad de billetes que se necesitan (para 824 se necesitan 14 entre billetes y monedas, lo que se obtiene al sumar 8 + 2 + 4); cada cifra te dice cuántos de 1000, cuántos de 100… (para 824, el 8 indica cuántos billetes de 100; el 2, de 10 y el 4, cuántas monedas de 1),* etcétera.

En el caso de los números de 4 cifras de la tabla, será conveniente discutir el hecho de que, si se utilizan los billetes de curso legal, la cantidad de billetes de $ 100 tendrá dos cifras. Por otra parte, será interesante comparar la formación de números como 750 y 705, que utilizan la misma cantidad de billetes, pero de diferente valor, como también ocurre con los números 751 y 715.

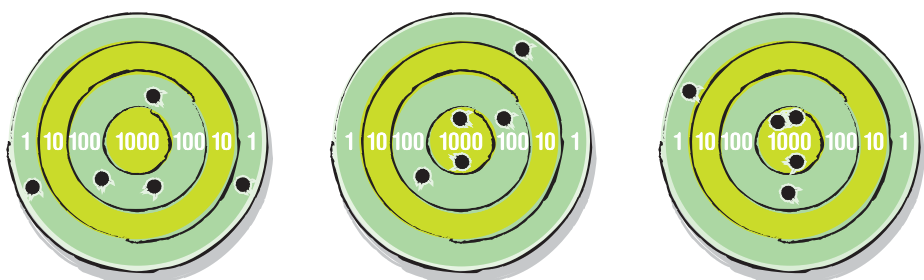
Conviene que los niños registren en sus cuadernos las conclusiones a las que arriban para poder volver a ellas en caso de necesitarlas cuando tengan que resolver una nueva situación. Algunos alumnos podrán hacerlo de modo independiente, pero otros necesitarán de nuestra intervención para identificar un saber que ya ha sido abordado. En este caso, la escritura en el cuaderno para luego recurrir a ella, transforma al cuaderno en una herramienta útil tanto para el niño como para el docente.

Continuar el trabajo con juegos de emboque[6] abordado en 2º año/grado permitirá que los chicos reutilicen las relaciones numéricas establecidas con los juegos de canje de dinero. También en este caso es conveniente adecuar los materiales al rango numérico que se pretende trabajar en 3er año/grado. Así, las latas podrán tener etiquetas con los valores 1, 10, 100 y 1000.

Luego de jugar algunas veces, es posible complejizar este juego haciendo que cada participante tire 6 bollitos de papel de 3 colores diferentes (2 rojos, 2 verdes y 2 amarillos). En este caso, se tendrá en cuenta que cada uno de los rojos vale 5 veces el valor de la lata; los verdes, 3 veces, y los amarillos, 1. En esta versión del juego, cada alumno anota lo que saca para luego averiguar quién es el ganador.

A continuación, se pueden presentar a la clase problemas como los siguientes.

- En un juego de tiro al blanco, cada uno de los tres jugadores realizó 5 tiros. A partir del siguiente dibujo, ¿podrías decir quién ganó y cuántos puntos obtuvo cada uno?



Martín Violeta Dana

[6] **Recomendación de lectura:** se aconseja consultar el apartado “Plantear situaciones para componer y descomponer números” en *Cuaderno para el aula: Matemática 2*, donde se describen más detalladamente los juegos de emboque.

- Juan obtuvo 3500 puntos jugando al tiro al blanco. ¿Se puede saber cuántos tiros realizó? ¿Cómo pudo haber obtenido ese puntaje? Fundamentá tu respuesta.

Otro recurso útil para que los chicos reflexionen sobre la posicionalidad de nuestro sistema de numeración es la calculadora.

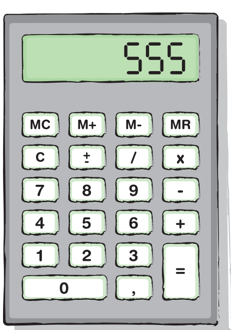
Previo al trabajo con la calculadora, será necesario abordar actividades que les permitan a los chicos conocer su funcionamiento con preguntas como: *¿con qué tecla se enciende y con cuál se apaga?; ¿cuáles son las teclas de las diferentes operaciones?; ¿cómo se borra un número si uno se equivoca?*, etc. Posteriormente, los chicos podrán empezar a resolver problemas para aprender más sobre las operaciones o sobre el sistema de numeración.

Por ejemplo, si queremos que los alumnos piensen en la descomposición aditiva, podemos plantearles:

- ¿Cómo harías para obtener con la calculadora el número 245 usando únicamente las teclas 0 y 1 las veces que quieras y las teclas de las operaciones que necesites? No se puede sumar 1 + 1 + 1 … 245 veces.

En este caso, los alumnos pueden considerar que el 245 es equivalente a 200 + 40 + 5 y, por lo tanto, se puede hacer 100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1.

Otras propuestas que permiten que los niños analicen cómo varía el valor de una cifra, según la posición que ocupa en el número, son las que siguen.



- Escribí en el visor de la calculadora el número 555. Haciendo una única operación tiene que aparecer 455. ¿Qué operación harías? ¿Y para que aparezca el 355? ¿Y el 255?

- Escribí en el visor de la calculadora el número 1583.
  - ¿Qué operaciones hay que hacer para que aparezca el número 1083?
  - ¿Y para que aparezca 1503?
  - ¿Y el 1003?

- Escribí en el visor de la calculadora el número 2222. Indicá, sin hacer la cuenta, qué número aparecerá si se agrega 1000 cinco veces. Verificalo.

Si bien en las primeras actividades se puede permitir que los chicos tanteen más libremente la respuesta, para que se familiaricen con la calculadora, es importante que, de a poco, desde las consignas, les solicitemos que primero realicen una anticipación de lo que pueden hacer o del resultado que pueden obtener, que luego hagan el registro y que por último verifiquen con la calculadora si la anticipación era correcta. En caso negativo, es conveniente que escriban el resultado obtenido para analizarlo después.

El registro de anticipaciones y verificaciones los ayudará a no proceder únicamente por tanteos y a empezar a "guardar en la memoria" lo realizado. Esta memoria puede ser usada como información para mejorar las siguientes anticipaciones.

Los dos primeros contextos[7] utilizados para plantear el trabajo con composiciones y descomposiciones (billetes y juegos de emboque) son extramatemáticos: en ellos los números se refieren a cantidades. En cambio, en los problemas planteados con calculadora, los números aparecen en un contexto intramatemático, es decir que ya no refieren a cantidades, sino que son tratados como tales. Como hemos planteado en el apartado "Enseñar Matemática en el Primer Ciclo", es importante el trabajo en ambos tipos de contextos para construir el sentido de los números naturales.

Para operar al resolver problemas con distintos procedimientos

Respecto de las cuatro operaciones básicas con números naturales (suma, resta, multiplicación y división), se deben considerar dos aspectos: por un lado, los distintos significados de aquellas, y por otro, los procesos que llevan a la construcción de los diferentes algoritmos propios de cada operación.

[7] En el apartado "Los contextos" de "Enseñar Matemática en el Primer Ciclo" de este *Cuaderno* hemos desarrollado los tipos de contextos en los que es posible presentar las nociones a los alumnos. Además, hemos planteado la importancia de que los enunciados incluyan preguntas que aludan a situaciones reales o verosímiles.

En relación con los significados, es importante señalar que una misma expresión numérica resuelve problemas aritméticos distintos. Por ejemplo, es diferente multiplicar 8 x 6 para resolver los problemas siguientes:

– Para el campamento de 3er año/grado, la escuela tiene 8 carpas y en cada una entran 6 personas. ¿Cuántas personas podrán dormir en las ocho carpas?
– En una fábrica, cada modelo de remera se hace en 6 colores y 8 talles. ¿Cuántas remeras diferentes hacen de cada modelo?

En estos dos casos, la misma multiplicación se utiliza con significados diferentes.[8] En el primero, hay dos cantidades que se relacionan de manera directamente proporcional, las carpas y las personas; en el segundo, hay tres tipos de cantidades, ya que se trata de combinar los elementos de dos tipos, colores y talles, para obtener elementos de un tercer tipo, la remeras diferentes.

Presentar múltiples situaciones que permitan reflexionar acerca de la diversidad de significados de cada operación facilitará la comprensión, por parte de los alumnos, de los alcances y límites de cada una de ellas.

En relación con las formas de calcular, es conveniente ir avanzando desde los procedimientos originales que propongan los alumnos a los algoritmos usuales.

Tanto los significados como las estrategias de cálculo, deben ser abordados de modo simultáneo en el aula, ya que una manera de controlar los cálculos que se proponen para resolver es pensando sobre las cantidades que intervienen en el problema. En este *Cuaderno*, analizaremos ambos aspectos: el primero, en este apartado, y el segundo, en el apartado “Para calcular de diferentes formas”.

En cuanto al primer aspecto, es decir, al tratamiento de problemas donde las operaciones pueden asociarse con distintos significados, en este año/grado se continúan trabajando las situaciones para sumar y restar, ahora con nuevos significados y un mayor nivel de complejidad, y se profundiza el trabajo del año anterior para la multiplicación y la división.

[8] En el apartado “Los significados” de este *Cuaderno* se desarrolla con más detalle la idea de que una misma noción puede asociarse con diferentes significados.

Plantear situaciones para sumar y restar

Las operaciones de suma y resta con los números naturales deben constituirse paulatinamente en un recurso disponible para resolver situaciones con distintos significados. Algunos de estos últimos ya se conocieron en 1er y 2do años/grados, como los que se asocian a los problemas siguientes.

– Calcular cuántos lápices hay en una caja en la que se pusieron lápices rojos y azules (unir).

– Cuántos lápices negros hay si hasta ayer habían una cantidad y hoy uno de los chicos trajo más (agregar).

– Cuántos lápices quedaron si había una cantidad y algunos se gastaron (quitar).

– Averiguar cuánto más cuestan los lápices en una librería que en otra (diferencia).

– Determinar si es necesario agregar lápices a una caja para que haya para todos los chicos (complemento).[9]

Un nuevo significado para estas operaciones es el que se vincula con problemas como:

– Calcular cuántas figuritas ganó un chico en la escuela si en el primer recreo ganó algunas y en el segundo, otras (composición de dos transformaciones positivas sin conocer el estado inicial).

Aun manteniendo el mismo significado, por ejemplo, el de quitar, es posible complejizar las situaciones "moviendo" el lugar de la incógnita, como en los siguientes enunciados.

– En la boletería de un teatro hay 160 localidades. Por la mañana se venden 45 entradas para la función de la noche. ¿Cuántas entradas se pueden vender antes de la función?

Aquí se apunta a averiguar la cantidad final luego de una transformación que, en este caso, es negativa. Se trata de un problema donde la resta se usa con significado de quitar.

[9] **Recomendación de lectura:** sobre la complejidad de las situaciones para sumar, restar, multiplicar y dividir se recomienda la lectura del libro de Claudia Broitman (1999), *Las operaciones en el Primer Ciclo. Aportes para el trabajo en el aula.*

Si, en cambio, proponemos:

– Sabiendo que en la boletería de un teatro se reservaron 45 entradas y que aún hay 115 para vender, ¿es posible averiguar cuántas localidades tiene el teatro?

Aquí hay que averiguar el estado inicial, conociendo la transformación negativa y el estado final.

Otra modificación podría ser:

– En la boletería de un teatro hay 160 localidades y al mediodía aún hay 115 sin vender. ¿Cuántas se vendieron por la mañana?

La solución a este problema consiste en buscar el valor de la transformación.

Todos estos problemas se denominan aditivos, si bien algunos se resuelven sumando, otros restando y para otros se puede usar como procedimiento de resolución tanto una suma como una resta.

Consideremos cómo podrían resolver los alumnos problemas como los siguientes.

– Para ganar a un juego de cartas se necesita llegar a 1000. Si tengo 850 puntos, me faltan … para ganar.

– Para ganar a un juego de cartas se necesita llegar a 1289 puntos. Si tengo 789, me faltan … para ganar.

Probablemente, para resolver el primero, muchos niños piensen cuánto le falta a 850 para llegar a 1000, utilizando algunos resultados memorizados como: *850 + 50 = 900, 900 + 100 = 1000,* y luego *850 + 50 + 100 = 1000.*

Para el segundo problema, al modificar los números que intervienen es probable que algunos alumnos decidan restar 1289 – 789, o lo que es equivalente 1200 – 700.

En la medida en que los alumnos resuelvan los problemas con distintos procedimientos, y que promovamos la reflexión sobre lo realizado a partir de preguntas tales como: *¿por qué decidiste resolver así?* o *¿cómo lo pensaste?,* podremos avanzar en la explicitación tanto de los procedimientos como de los criterios elegidos. Si en problemas como los anteriores ningún alumno propusiera la resta, el docente podrá preguntar: *¿es posible resolver esta situación con una resta?* o bien comentar: *un alumno resolvió esta situación haciendo 1289 – 789; ¿puede obtener el resultado de este modo? ¿Por qué?*

Cuando no se facilita el despliegue de diversos procedimientos para resolver un mismo problema, es habitual que los niños razonen de la siguiente manera: *en este problema se pregunta "cuánto quedó", entonces es de restar; en este problema dice "en total", entonces es de sumar,* o también: *en este problema dice "perdió", entonces hay que restar.* Esto responde a la asociación de algunas palabras clave con una determinada operación, lo que refleja una resolución poco reflexiva y que muchas veces se evidencia en las preguntas: *¿qué hay que hacer? ¿es "de más" o "de por"?*

Consideremos la siguiente situación que se podría resolver mediante las cuentas planteadas debajo.
– Averiguar cuántos invitados faltan llegar a una fiesta si ya llegaron 120 y los invitados son 270.

$$\begin{array}{r} 270 \\ -\,120 \\ \hline \ldots \end{array} \qquad \begin{array}{r} 120 \\ +\,\ldots \\ \hline 270 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 120 + 50 = 170 \\ 170 + 100 = 270 \\ 50 + 100 = 150 \end{array}$$

Para responder a la pregunta del problema se puede recurrir tanto a una resta, como a una suma o a varias, y nada indica que un procedimiento sea mejor que otro.

Otra cuestión importante para tener en cuenta, en relación con la paulatina complejización de los problemas, es que la respuesta a la pregunta planteada no siempre está en el resultado de la cuenta ya que, como se observa en el segundo ejemplo, la respuesta se halla en uno de los sumandos. En este sentido, para que los niños avancen en una resolución comprensiva de los problemas, es posible promover la interpretación del significado de cada uno de los números que intervienen, de los cálculos que se realicen y de los resultados que se obtengan en el contexto del problema.

En el apartado "Plantear situaciones para establecer relaciones entre datos e incógnitas" se desarrollan más ampliamente algunas actividades que apuntan a la interpretación del significado de los números en el contexto del problema. Aquí propondremos otras para completar el sentido del trabajo con la resolución de problemas aditivos.

En el siguiente caso, se trata de completar enunciados con datos extraídos de las cuentas que se hicieron para responder la pregunta.

Completá los datos de los problemas para que los cálculos planteados sean los que permitan resolverlos.

- 24 – 13 = 21 + 17 =
  - En un vagón hay … asientos ocupados y … asientos libres. ¿Cuántos asientos tiene el vagón?
  - En el grupo de 3º B, hay … chicas y … varones.

¿Cuántas chicas más que varones hay?

- 12 + 14 + 100 = 150 − 126 =

– Para la reunión de la asociación cooperadora se esperan 150 personas. Ya se llevaron … sillas de un aula, … de otra y … del comedor. ¿Alcanzarán las sillas que se llevaron? Si sobran o faltan, decí cuántas.

En este apartado, hemos analizado los diferentes procedimientos de resolución para un mismo problema. Más adelante, en "Plantear situaciones para avanzar en el cálculo de sumas y restas", se considerarán las formas de realizar los cálculos. Tenemos, sin embargo, que recordar que en la enseñanza ambos aspectos deberán pensarse de forma articulada.

Plantear situaciones para multiplicar y dividir

También en el caso de la multiplicación y la división es conveniente proponer situaciones para que estas operaciones se constituyan, de a poco, en recursos disponibles para resolver situaciones con distintos significados. Este tipo de problemas se denominan "multiplicativos", aunque para resolverlos se pueda recurrir tanto a una multiplicación como a una división.

En este año/grado continuaremos trabajando con problemas que involucran proporcionalidad, incluyendo aquellos que remiten a organizaciones rectangulares, y retomaremos o presentaremos los de combinatoria.

Recordemos que los problemas que conocemos como casos sencillos de proporcionalidad son aquellos que se pueden resolver con una multiplicación o una división, y donde hay dos tipos de cantidades relacionadas según ciertas propiedades que las caracterizan. Por ejemplo, para averiguar cuántos caramelos tengo si compré 4 paquetes con 10 caramelos en cada uno, se puede multiplicar 4 x 10. En este caso, hay que considerar dos tipos de cantidades, las de caramelos y las de paquetes. La misma relación se establece si se desea averiguar cuántos paquetes se pueden armar si hay que envasar 40 caramelos y entran 10 caramelos por paquete, problema que se puede resolver dividiendo 40 ⁒ 10. En los dos problemas tiene lugar la misma relación: la constante de proporcionalidad es "10 caramelos por paquete", y en ambos se cumple el hecho de que "para el doble de paquetes, corresponde el doble de caramelos".

Al resolver estos problemas, ya desde 2º año/grado los alumnos usan de forma intuitiva las propiedades de la proporcionalidad, aunque en este ciclo no se hará un trabajo específico para reconocerlas.

Para trabajar estas relaciones, podremos presentar, por ejemplo, problemas con un enunciado verbal y solicitar el completamiento de tablas.

• Don Ramón, el librero, sabe que cuando comienza el año escolar los chicos se juntan para comprar los útiles y entonces piden los artículos de a varios. Para no hacer las cuentas cada vez, decidió hacer listas como las siguientes. Con ellas puede rápidamente saber lo que les tiene que cobrar por distintas cantidades de un mismo artículo. Completá cómo le quedaron las listas de precios.

A

Cantidad de cuadernos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Precio	$ 2	$ 4	$ 6							

B

Cantidad de carpetas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Precio	$ 3	$ 6								

C

Cantidad de cartucheras	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Precio		$ 10		$ 20						

D

Cantidad de lapiceras	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Precio		$ 12				$ 36				$ 60

E

Cantidad de diccionarios	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Precio	$ 8								$ 72	

Luego de que completen las listas, podemos generar algunas discusiones que les permitan arribar a conclusiones como: *para completar las listas fuimos dando saltos de 3 en 3, de 6 en 6…; dentro de una lista siempre sumamos el mismo número; los resultados de la lista de precios de lapiceras son el doble que los de las carpetas,* etc. Para los alumnos, estos razonamientos pueden ser nuevos o una ocasión para retomar relaciones ya aprendidas en 2º año/grado.

Como puede observarse, en algunas tablas se incluye el valor unitario, como en el caso de las carpetas y los cuadernos. En cambio, en el de las lapiceras y las cartucheras se indican cuánto cuestan dos de esos artículos.

Es interesante observar los procedimientos utilizados por los chicos: algunos podrán hallar primero el valor unitario y luego seguir completando los otros recuadros como en los casos anteriores; otros establecerán relaciones diferentes, como por ejemplo: duplicar lo que cuestan 2 para averiguar cuánto se debe pagar por 4.

Según la información que se presente en las tablas, los alumnos podrán también calcular divisiones o realizar restas sucesivas como, por ejemplo, para calcular el valor de una cartuchera o de una lapicera.

Es conveniente que estas tablas permanezcan colgadas en las paredes del aula, a la vista de todos, para que puedan ser utilizadas como fuente de información para resolver diversas situaciones. Oportunamente se podrán reemplazar por la tabla pitagórica, como un modo de organizarlas con un criterio de orden.

Esta organización permite promover un trabajo reflexivo que relacione las diferentes tablas. Así se facilitará la memorización de una red de cálculos que el alumno tendrá "disponible" cada vez que una nueva situación lo requiera. Estas actividades las presentamos en el apartado "Plantear situaciones para explorar relaciones numéricas en las tablas de multiplicar".

Los problemas que remiten a organizaciones rectangulares, donde los elementos se presentan ordenados en filas o columnas, son también problemas de proporcionalidad, por ejemplo, si sabemos que en un edificio de 10 pisos hay 5 departamentos por piso y queremos saber cuántos timbres hay en el portero eléctrico. En este caso, la constante de proporcionalidad es el número de departamentos por piso.

Un ejemplo en otro contexto es el siguiente.

- José tiene 24 baldosas y quiere armar en un rincón del jardín un pequeño patio rectangular; ¿cómo puede ubicar las baldosas?

Se espera que al confrontar las diversas producciones, ya sean gráficas o con cálculos, los niños empiecen a tomar conciencia de la variedad de respuestas posibles, en este caso: 8 x 3, 6 x 4, 3 x 8, 4 x 6, y podrá discutirse la conveniencia o no de que sea 24 x 1 o 12 x 2 y sus respectivos productos conmutados y avanzar desde la consideración de una respuesta correcta a la búsqueda exhaustiva de todas las combinaciones posibles.

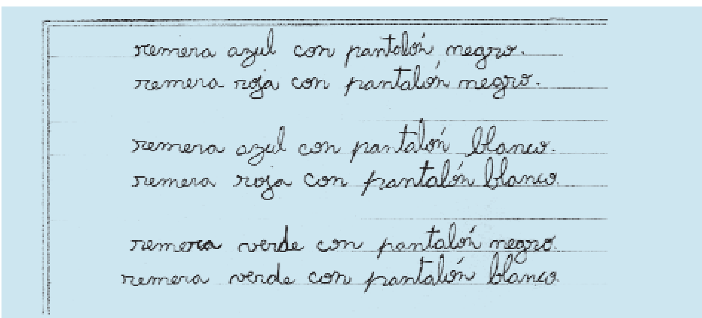
A partir del trabajo realizado se podrá proponer el mismo problema para patios de mayor cantidad de baldosas.

En cuanto a los problemas de combinatoria, es decir, aquellos en los que hay que combinar elementos de diferentes colecciones, podemos plantear:

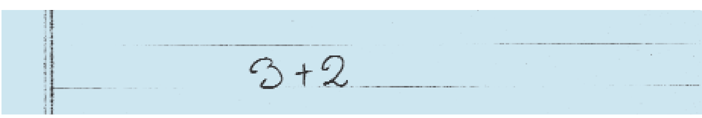
- Si tengo una remera roja, otra verde y otra azul y un pantalón negro y otro blanco, ¿de cuántas maneras diferentes puedo vestirme?

La primera vez que los alumnos se enfrenten a este tipo de enunciados es posible que piensen que hay dos o tres posibilidades ya que intentarán relacionar cada remera con un pantalón. Será necesario pues hacer hincapié en que se deben “combinar todos con todos”.

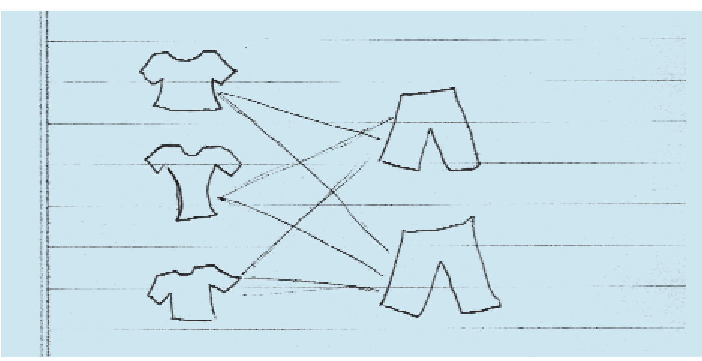
Resulta interesante analizar los procedimientos que suelen utilizan los chicos y ofrecer un espacio de reflexión en torno de los diferentes modos de resolver problemas de este tipo.



Realizan una lista con todas las posibilidades.



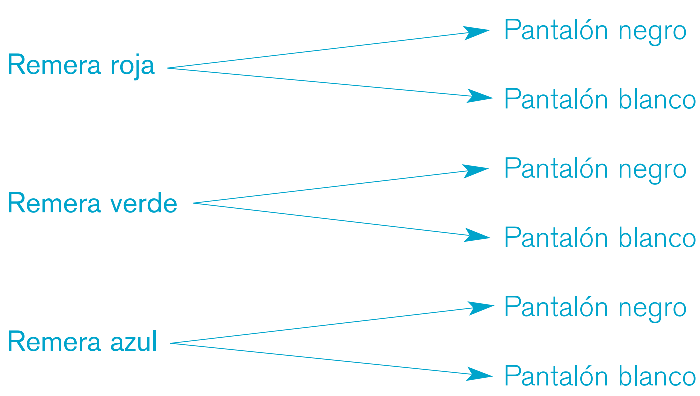
Suman la cantidad de remeras y pantalones, ya que son los números que aparecen en el enunciado.



Representan gráficamente las prendas y las unen con flechas.

Luego de discutir con los alumnos sobre cuáles de los procedimientos permitieron llegar a un resultado válido, podemos plantearles diferentes modos de organizar la información, para así asegurarnos de que tienen en cuenta todos los casos posibles. Los cuadros de doble entrada y los diagramas de árbol son útiles para estos propósitos.

Remeras / Pantalones	Remera roja	Remera verde	Remera azul
Pantalón negro	Remera roja Pantalón negro	Remera verde Pantalón negro	Remera azul Pantalón negro
Pantalón blanco	Remera roja Pantalón blanco	Remera verde Pantalón blanco	Remera azul Pantalón blanco



En el caso de que no lo propusiera ningún alumno, podemos plantear que otros niños resolvieron el mismo problema usando números, con sumas como 2 + 2 + 2 o 3 + 3 y/o multiplicaciones como 2 x 3 o 3 x 2. En cada caso, es importante precisar a qué cantidades se refieren los números, por ejemplo, en 2 + 2 + 2 se trata de 2 conjuntos para cada remera. La representación numérica facilitará la resolución de situaciones similares con números más grandes. Efectivamente, si se tratara de 25 pantalones y 32 remeras, los procedimientos no numéricos como la tabla o el diagrama resultarían muy costosos.

Para la división, también es necesario incluir problemas que nos permitan abordar diferentes significados ya sea de reparto o de partición, incluidos los casos de organizaciones rectangulares de los elementos.

En los problemas en los que la división alude a un reparto equitativo, se conoce la cantidad total de elementos de la colección a repartir y la cantidad de partes, pero no cuántos elementos corresponden para cada una. Por ejemplo, en la lista de precios de cartucheras del problema de don Ramón, esto ocurre cuando hay que averiguar el precio de cada cartuchera, sabiendo que el precio de 2 cartucheras es de $ 10.

Teniendo en cuenta que los repartos pueden o no ser equitativos, es preciso que presentemos –como ya se ha propuesto en 2º año/grado– enunciados de problemas con el fin de que los niños analicen si es condición de la situación que el reparto se realice en partes iguales. Por ejemplo:

- Tengo 240 caramelos para repartir entre 6 amigos. ¿Cuántos caramelos puedo darle a cada uno?

Las respuestas posibles a esta situación son variadas, ya que puedo darle 70 a uno, 50 a otro y 30 a cada uno de los 4 restantes. También puedo repartirlos en 60, 40, 50, 40, 30 y 20, ya que no hay nada en el enunciado que indique que el reparto deba ser equitativo. En el caso de que los alumnos resuelvan la situación dando a cada amigo 40 caramelos, como suelen hacerlo por efecto de cierto estereotipo en la resolución de problemas escolares, podremos intervenir cuestionando esa resolución diciendo: *un alumno de otro 3º lo resolvió dándole 30, 50, 20, 40, 10 y 90 respectivamente, ¿está bien lo que hizo?, ¿por qué?* Luego de un espacio de discusión, les pediremos que indiquen qué modificaciones podrían hacer al enunciado para que el reparto equitativo se convierta en una condición del problema.

Después de estas discusiones, es importante que los enunciados que presentemos incluyan el dato de si los repartos son o no equitativos.

Otro aspecto a trabajar de modo colectivo es qué se hace cuando sobran elementos luego de efectuado el reparto, es decir, aquellos problemas en los que el resto es diferente de cero. Discutir si lo que sobra puede seguir repartiéndose o no supone considerar la naturaleza de las cantidades involucradas, ya que no es lo mismo que sobren chocolates o globos –puesto que los globos no se pueden partir, en cambio los chocolates se pueden dividir en partes y continuar repartiéndose–. Efectivamente, cuando se comienza el trabajo con fracciones y se pide, por ejemplo, repartir 6 chocolates entre 4 chicos: se obtiene un chocolate y una mitad más para cada uno.

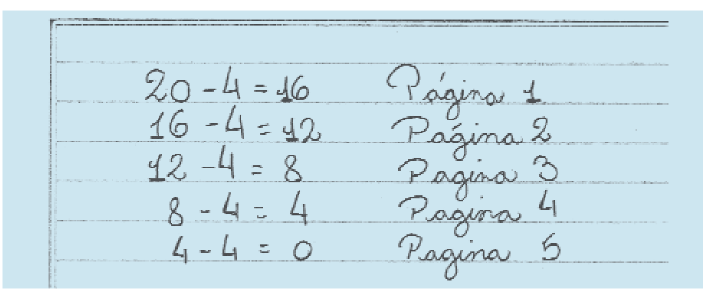
Mientras que los niños de 2º año/grado podían resolver problemas de reparto utilizando distintos procedimientos como la representación gráfica de la situación y las sumas o restas sucesivas, en 3er año/grado es esperable que los alumnos comiencen a ver la multiplicación y la división como operaciones útiles para este tipo de problemas.

En los problemas que remiten a una partición, se conoce el valor de cada parte y se pregunta por la cantidad de partes en que puede partirse la colección. Si en la lista de precios de cuadernos del problema de don Ramón se da como información que el precio de un cuaderno es $ 2 y se dice que se gastan $ 10, se puede preguntar cuántos cuadernos se han comprado.

En el comienzo de 3er año/grado, al plantearles un problema como el siguiente, asociado al significado de partición,[10] pueden coexistir diversos procedimientos.

- Tengo 20 fotos y quiero acomodar 4 en cada página de un álbum. ¿Cuántas páginas necesitaré?

Realizar restas sucesivas quitando de a 4 tantas veces como sea posible.



[10] **Recomendación de lectura:** para profundizar en la enseñanza de la multiplicación y la división se recomienda la lectura de “La enseñanza de la división en los tres ciclos” y “La enseñanza de la multiplicación en los tres ciclos”, de Claudia Broitman y Horacio Itzcovich (2001), Dirección General de Cultura y Educación de la provincia de Buenos Aires.

Contar de 4 en 4 hasta llegar a 20.

0 - 4 - 8 - 12 - 16 - 20
1 2 3 4 5

Multiplicar o dividir.

$4 \times 5 = 20$

$20 \div 4 = 5$

También en 3^{er} año/grado, las colecciones presentadas en organizaciones rectangulares pueden dar lugar a problemas donde la división suele tanto tener significado de reparto como de partición, según los datos y las preguntas. Consideremos el siguiente enunciado:

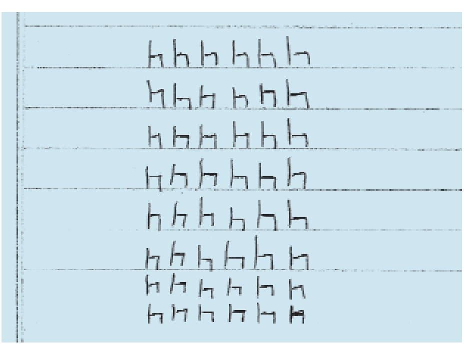
– Para un acto, debemos acomodar en un patio 48 asientos en 6 filas y poner la misma cantidad de asientos en cada una. ¿Cuántos asientos hay que colocar en cada fila?

En esta primera enunciación, la división remite a un reparto, pues hay que ir colocando un asiento en cada una de las 6 filas hasta terminar con todos. En cambio, si se quisiera trabajar con el significado de partición, el problema sería:

– Para un acto debemos acomodar 48 asientos en filas de 8 asientos cada una. ¿Cuántas filas podremos armar?

Los chicos suelen resolver esta última situación de diferentes modos:

Haciendo algún gráfico y contando la cantidad de filas que les quedaron.



Recurriendo a la suma reiterada.

$8 + 8 = 16$
$16 + 8 = 24$
$24 + 8 = 32$
$32 + 8 = 40$
$40 + 8 = 48$

Multiplicando o dividiendo.

$8 \times 6 = 48$

$48 \div 8 = 6$

Ante esta variedad de producciones, nuestra actitud debe apuntar especialmente a favorecer que los alumnos expliciten los procedimientos utilizados, se animen a argumentar sobre su validez y reconozcan sus errores. La posibilidad de presentar problemas con números más grandes dependerá, en gran medida, de los avances logrados en la multiplicación.

Por otra parte, será necesario reflexionar con los alumnos sobre una cuestión central de las relaciones entre los problemas y las operaciones que se pueden usar para resolverlos. En algunos casos, es posible que sean resueltos solo con sumas o con restas y, en el caso en que haya sumandos o sustraendos repetidos, también con multiplicaciones o divisiones.

No es conveniente promover un modo de resolución por sobre los otros, dado que son los chicos quienes deben decidir qué operación usar en cada situación.[11]

[11] En el apartado “La gestión de la clase”, de “Enseñar Matemática en el Primer Ciclo”, en este *Cuaderno*, señalamos la necesidad de promover la diversidad de producciones y analizarlas con todo el grupo de alumnos.

Para calcular de diferentes formas

Uno de los requerimientos tradicionales de la formación primaria es que los alumnos que egresan de la escolaridad básica puedan realizar cálculos con soltura. Sin embargo, las habilidades de cálculo que hoy se plantean en los documentos curriculares incluyen algunas no tenidas en cuenta anteriormente para ser enseñadas en la escuela y que han surgido de su estudio didáctico, ligado tanto a la diversidad de situaciones en las que se requiere su uso como a los instrumentos con los que se cuenta.

En este sentido, la enseñanza del cálculo deberá contemplar tanto la obtención de resultados exactos como aproximados, según las características de la situación y la posibilidad de decidir hacerlo mentalmente, por escrito o mediante la calculadora. En todos los casos, habrá que realizar un control de los resultados obtenidos que garantice el uso adecuado de las estrategias implementadas.

Por otra parte, un aprendizaje comprensivo de los cálculos implica que los alumnos puedan descomponer los números involucrados y combinarlos de distintas formas según la operación que estén realizando, de modo de poder atribuir un significado a cada paso. Luego, se podrá pasar al análisis y la discusión de los propios procedimientos considerando qué reglas están usando y si son o no propiedades de esas operaciones, es decir, reglas válidas en matemática. Los algoritmos convencionales o usuales tienen, entonces, un nuevo lugar en la enseñanza: son formas de cálculo con las que culmina un trabajo previo de producción y análisis de distintos procedimientos originales de los propios niños.

En este proceso de aprendizaje, el punto de apoyo es el cálculo mental. Sabemos que en un mismo grupo escolar los distintos alumnos tienen memorizados y disponibles diferentes conjuntos de cálculos mentales aditivos y multiplicativos para ser usados cuando los necesitan. Por ejemplo, en una clase de 3º, unos conocen algunas sumas y restas; otros, también ciertos productos de las tablas, y unos pocos, cálculos como 25 x 4 o 50 ÷ 2.

Sin embargo, todos tienen la capacidad de calcular mentalmente y es tarea de la escuela desarrollar esta habilidad. Para ello, es necesario destinar un tiempo importante del trabajo en el aula con el fin de identificar las diferentes estrategias personales de cálculo, explicitarlas para que otros puedan conocerlas y sistematizarlas para generalizar su uso y poder reutilizarlas en nuevas situaciones.

La memorización de resultados que se comenzó a trabajar en 1er y 2º años/grados se debe retomar en 3º con la intención ahora de que los alumnos amplíen los conjuntos de cálculos conocidos, tanto aditivos como multiplicativos.

En este sentido, el trabajo escolar debe apuntar al uso del cálculo mental como herramienta útil en variadas situaciones, pero también es conveniente que sea abordado como un “objeto de estudio” en sí mismo.[12]

Durante todo el ciclo, conviene destinar un tiempo considerable, por ejemplo, una clase semanal, a la práctica del cálculo mental y a la reflexión sobre los procedimientos empleados como puntos de partida del cálculo aproximado y de la posibilidad de proponer procedimientos originales.

En una clase, se puede pedir a los alumnos que busquen y discutan en grupos diferentes maneras de resolver un cálculo, por ejemplo, para obtener el total del puntaje en un juego. Luego, un representante de cada grupo escribirá lo que hizo su grupo en el pizarrón, mientras lo explica. Para comenzar con el análisis, podremos formular preguntas para orientar el debate, en el sentido de considerar si los procedimientos parecen adecuados o no, y por qué. Por último, se pedirá a la clase que evalúe cuál o cuáles procedimientos le resultaron más sencillos y/o más rápidos. La intención de esta puesta en común no es encontrar el “mejor procedimiento” sino que cada niño encuentre la manera más “cómoda” de resolver el cálculo (a diferencia del algoritmo convencional en el que todos lo resolvemos de la misma manera). Desde ese momento en adelante, varios procedimientos pueden quedar como igualmente posibles para ser usados por los chicos, y entonces resultará que convivirán en la clase distintas formas de hacer un mismo cálculo.

La idea es que en cada año del Primer Ciclo se vaya progresando en el dominio de ciertos cálculos; por ello, en cada año/grado, antes de comenzar a trabajar los conocimientos correspondientes al año en curso, es conveniente revisar qué cálculos de los años previos tienen efectivamente disponibles los chicos. La siguiente lista sintetiza los cálculos que podrían dominar los alumnos al finalizar cada año de este ciclo.

1er año/grado:

Sumas de sumandos iguales de una cifra (1 + 1; 2 + 2; hasta 9 + 9).
Sumas de decenas enteras iguales (10 + 10; 20 + 20; hasta 90 + 90).
Sumas que dan 10 (1 + 9; 9 + 1; 2 + 8; 8 + 2; 3 + 7; 7 + 3, etc.).
Sumas de números terminados en 0 que dan 100 (20 + 80; 80 + 20, etc.).

---

[12] **Recomendación de lectura:** para ampliar la propuesta sobre cálculo mental, se sugiere leer el artículo de Cecilia Parra (1994), “El cálculo mental”, en: ***Didáctica de las Matemáticas. Aportes y reflexiones***, Buenos Aires, Paidós.

2º año/grado

Sumas de sumandos distintos de una cifra (4 + 3, …, 8 + 6, etc.).
Sumas de decenas (40 + 30; 70 + 60; etc.).
Complementos a 100 (80 + … = 100; 40 + … = 100, etc.).
Sumas y restas de múltiplos de 5 (35 + 15; 50 – 15, etc.).
Dobles y mitades (el doble de 7; el doble de 20; la mitad de 80, etc.).
Sumas de decenas enteras más unidades (10 + 8; 20 + 5, etc.).
Sumas + 10 (78 + 10; 105 + 10; etc.) y restas – 10 (28 – 10; 35 – 10, etc.).

3er año/grado

Sumas de centenas (400 + 300; 800+ 600, etc.).
Complementos a 1000 (700 + … = 1000; 600 + … = 1000, etc.).
Sumas y restas de los múltiplos de 50 (350 + 150; 500 – 150, etc.).
Sumas de centenas enteras más decenas enteras más unidades (100 + 80 + 4; 200 + 50 + 7, etc.).
Sumas + 100 (735 + 100 o 1050 + 100) y restas – 100 (280 – 100; 350 – 100, etc.).

Plantear situaciones para avanzar en el cálculo de sumas y restas

Como ya se ha planteado, los juegos[13] reglados constituyen un recurso apropiado para trabajar con el cálculo mental. Recordemos que el juego en sí mismo no es una herramienta suficiente para garantizar una situación de aprendizaje; por ello, mientras que el objetivo de los alumnos en el juego reglado será ganar, para el docente, en cambio, será que el alumno aprenda un nuevo conocimiento. Es nuestra "intención" como docentes lo que diferencia el uso didáctico del juego de su uso social. Es necesario que, luego de jugar, gestionemos con todos los alumnos momentos de análisis de las relaciones establecidas al jugar. Preguntas tales como: *¿qué estrategia utilizó cada uno? ¿Cuál les parece la forma más rápida? ¿Cuál permitió cometer menor cantidad de errores?,* etc., suelen ser las que sirven para orientar a los niños a reflexionar sobre los procedimientos utilizados. Asimismo, podemos escribir en el pizarrón los cálculos que se hicieron en cada grupo para considerar cuáles pudieron hacer más rápido y cuáles les dieron más "trabajo". De esta manera, el

[13] **Recomendación de lectura:** para ampliar el repertorio de juegos, se sugiere consultar el material *El juego como recurso para aprender. Juegos en Matemática, EGB 1*, de G. Chemello (coord.); M. Agrasar y S. Chara (2001).

conjunto de cálculos que se pretendió abordar quedará organizado en dos grupos, los que ya saben y los que aún no. En próximas instancias se podrá avanzar para que hagan más fáciles los que hasta ese momento eran considerados difíciles.

Algunas propuestas de juego son las siguientes.

"El mayor con dados": sumar centenas
Materiales: 3 dados por grupo y una tabla de 7 filas y 2 columnas por alumno.

Puntaje de los dados	Total
1ª	
2ª	
3ª	
4ª	
5ª	
Puntaje final	

Organización de la clase: en grupos de a 4 alumnos.
Desarrollo: se explica al comenzar que el valor de cada punto del dado es 100. Cada alumno tira los 3 dados y gana el que obtiene el puntaje mayor a partir de la suma de los valores de los mismos. Los alumnos realizarán un registro de todos los cálculos que vayan obteniendo en cada mano, y después de 5 jugadas se detendrán para averiguar quién es el ganador.

En este caso, se apunta a la construcción de un repertorio aditivo con sumandos hasta 600 (ejemplos: 400 + 200 + 300) y sumas entre 300 y 1800. Dichos registros podrán ser utilizados luego del juego para reflexionar acerca de cuáles son los cálculos que resultaron más fáciles o más difíciles. Es esperable que surjan reflexiones tales como: *para sumar 500 + 400 + 600 yo pienso la suma de 5 + 4 + 6 y le agrego dos ceros.* Otros alumnos podrán pensar: *400 + 600 = 1000 y a eso le sumo 500.* Es importante tener en cuenta que no se trata de que todos los chicos piensen cada cálculo de la misma manera, sino que adecuen su procedimiento a los números involucrados y al repertorio memorizado del que dispongan. También podrán discutir sobre la conveniencia de asociar los números involucrados en distinto orden, según los valores obtenidos.

Para ampliar el repertorio de cálculos se puede realizar el mismo juego, pero modificando algunas caras de los dados, a las que se les colocarán etiquetas con números, incluyendo 7, 8 y 9.

"Basta numérico":[14] producir sumas y restas con resultados conocidos
Materiales: una hoja y lápiz.
Organización de la clase: en grupos de 4 alumnos.
Desarrollo: uno de los niños del grupo comienza a contar mentalmente de 100 en 100 hasta un máximo a designar en función de la etapa del año en la que se realice el juego, por ejemplo, hasta 1500. Mientras cuenta, otro miembro del grupo dice "basta". El que estaba contando debe decir hasta qué número contó y, a partir de ese momento y durante 5 minutos (aproximadamente), todos deben escribir el número y luego sumas y/o restas que den ese número como resultado.
Cumplido el tiempo, los niños controlan si los cálculos son correctos. Luego asignan 20 puntos a cada cálculo original y 10 a cada uno de los integrantes que escribió un cálculo repetido. Gana el que tiene mayor puntaje después de 5 vueltas.

Mientras los alumnos juegan, el docente sólo intervendrá en aquellos casos en los que no haya acuerdo dentro de los grupos.

La calculadora es otro recurso para trabajar el cálculo mental de sumas y restas.[15] Por ejemplo, podemos plantear problemas que permitan, además de considerar los cálculos, analizar las relaciones entre la suma y la resta como operaciones inversas, así como las propiedades conmutativa y asociativa de la suma, que no se cumplen para la resta.

- Usando la calculadora, buscá qué número hay que sumarle a 170 para obtener 300.

Muchos alumnos encontrarán el número realizando sumas parciales hasta llegar al número solicitado, por ejemplo, 170 + 30 + 100. Otros reconocerán que es posible hacer 300 – 170. Una vez resuelto el problema, se puede discutir con todos la relación entre estos procedimientos.

[14] Fuenlabrada I. (2000), *Juega y aprende matemática*, Buenos Aires, Novedades Educativas.
[15] **Recomendación de lectura:** otras propuestas pueden encontrarse en "Aportes didácticos para el trabajo con la calculadora en los tres ciclos de la EGB", (2001), Documento Nº 6, Provincia de Buenos Aires, Dirección General de Cultura y Educación.

En otros casos, las situaciones de cálculo mental de sumas y restas que se pueden plantear con la calculadora exigen el análisis del valor posicional de los números involucrados. Por ejemplo:

- Colocá en el visor de la calculadora el número 370. Haciendo únicamente una suma, lográ que aparezca en el visor el número 1000.

También es posible plantear situaciones de cálculo mental con sumas y restas que apuntan a la estimación, como una estrategia para controlar el resultado de cálculos exactos realizados con papel y lápiz, o con calculadora. A futuro, esta estrategia podrá ser, además, usada para resolver otros problemas en los que solo se necesite el cálculo aproximado.

- Antes de hacer la cuenta, elegí el número que se aproxime más al resultado de este cálculo.

355 + 109 = $\boxed{300}$ $\boxed{400}$ $\boxed{500}$

4503 – 498 = $\boxed{500}$ $\boxed{4000}$ $\boxed{400}$ $\boxed{5000}$

- Completá la tabla.

Cuenta	El resultado está entre…	Resultado aproximado	Resultado obtenido con calculadora	¿Son cercanos?	¿Estaba bien la estimación?
124 + 450	...00 y ...00?				
345 + 234	...00 y ...00?				
123 + 99	...00 y ...00?				

Luego del completamiento individual de esta tabla, los integrantes de una misma mesa podrán comparar los resultados aproximados que obtuvieron y analizar si las estimaciones fueron más o menos certeras. Es importante promover que los chicos expliquen a sus compañeros los procedimientos que utilizaron para que, en nuevas situaciones, otros alumnos puedan hacer uso de ellos.

Como ya lo hemos referido para 1^er^ y 2º años/grados, durante el Primer Ciclo las propiedades de las operaciones aparecen como instrumentos para resolver problemas, no siendo necesario “ponerles nombre”. Al proponer problemas donde los alumnos construyen procedimientos originales para resolver cálculos o explicar los propuestos por otros, los chicos suelen descomponer los números (disociar) o cambiarlos de lugar (conmutar), según la conveniencia en cada caso. Por ejemplo, en este año/grado, en juegos como “El mayor con dados”, usan en forma indistinta 300 + 400 y 400 + 300, pero pueden considerar que 200 + 800 es más difícil que 800 + 200. Es conveniente destinar espacios de reflexión con todos los alumnos sobre cuándo es válido usar esta estrategia.

También podemos proponer actividades de investigación para discutir si siempre es posible cambiar el orden de los números en una cuenta sin que cambie el resultado, o cuál de los sumandos conviene poner primero para facilitar el cálculo. Así, las propiedades comenzarán a ser utilizadas como reglas prácticas aceptadas por el grupo, para más adelante ser explicitadas como tales.

Respecto de los algoritmos usuales, estos deberán incluirse como una forma más de calcular, prestando siempre atención a la necesidad de que sean los alumnos quienes elijan el tipo de cálculo en función de los números involucrados.

Priorizar un trabajo sólo con “cuentas paradas” lleva muchas veces a un uso poco reflexivo y que da lugar a errores. Por ejemplo:

$$\begin{array}{r} \overset{1}{\cancel{2}}\overset{9}{\cancel{0}}\overset{1}{\cancel{0}}5 \\ -\ 1800 \\ \hline 105 \end{array}$$

cuando es fácil advertir mentalmente que 1800 + 200 = 2000 y que la diferencia es 205.

La práctica que se hace tradicionalmente sobre las cuentas puede enriquecerse si estas se seleccionan de modo que sea posible establecer relaciones entre ellas y se agregan preguntas que inviten a reflexionar tanto sobre los resultados como sobre los procedimientos.

$$\begin{array}{r} 1295 \\ +\ 1465 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1295 \\ +\ 2685 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1295 \\ +\ 3795 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1295 \\ +\ 1405 \\ \hline \end{array}$$

- ¿Por qué en los resultados de estas cuentas la cifra de las decenas es la misma que la cifra de las decenas del segundo sumando? Escribí otra cuenta donde ocurra lo mismo.

- Antes de resolver estas cuentas, ordenalas de modo que sus resultados queden de mayor a menos. ¿Cómo te diste cuenta?

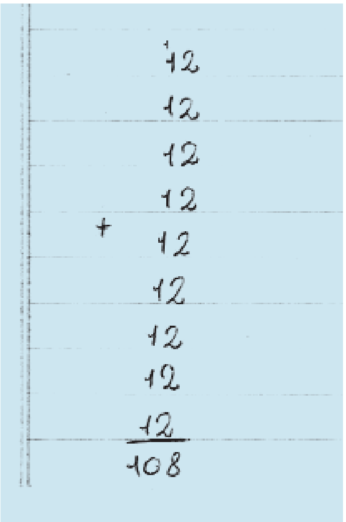
$$\begin{array}{r} 2043 \\ -\ \ 800 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2043 \\ -\ \ 827 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2043 \\ -\ \ 865 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2043 \\ -\ \ 718 \\ \hline \end{array}$$

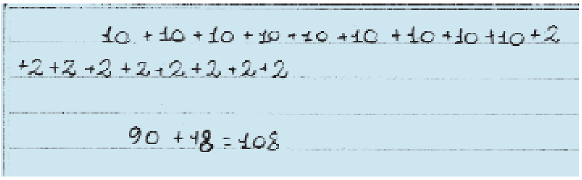
Plantear situaciones para avanzar desde los distintos procedimientos para multiplicar y dividir hacia los algoritmos usuales

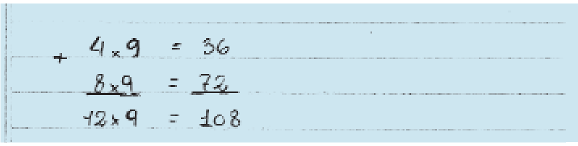
En el inicio del año, es esperable que los alumnos resuelvan los problemas multiplicativos utilizando diferentes procedimientos,[16] que pueden incluir sumas y multiplicaciones.

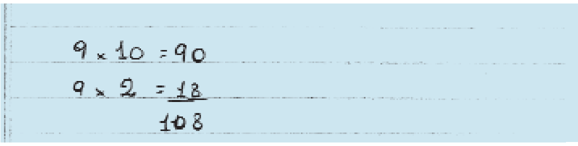
Consideremos los que usan para un problema como el que sigue.

¿Cuántos botones hay que comprar para ponerlos en 9 delantales, sabiendo que llevan 2 en cada puño y 8 en el frente?







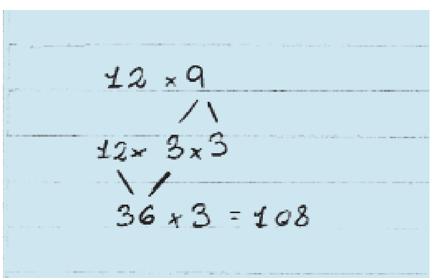


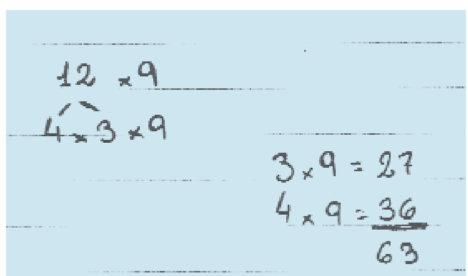
[16] Tal como se ha planteado en el apartado “Las representaciones”, en “Enseñar Matemática en el Primer Ciclo” de este *Cuaderno*, cuando el alumno produce una solución utiliza representaciones personales que pueden coincidir o no con las convencionales.

En los dos primeros procedimientos se plantean sumas sucesivas, pero se resuelven calculando de diferente modo, y en los dos últimos se plantean multiplicaciones. En el tercero, la forma de calcular remite a pensar por separado en los botones de los puños (4 x 9) y los del frente (8 x 9); en cambio en el cuarto, piensan en 12 x 9 y luego descomponen el 12 en 10 y 2, apoyados en que es más fácil pensar en esas tablas. En ambos se utiliza de modo intuitivo la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma.

En la discusión con los chicos sobre los procedimientos utilizados convendrá incluir cuestiones como: *¿llegan o no al mismo resultado?; ¿qué diferencias hay entre ellos?; ¿cuáles son más económicos?; ¿por qué?* El uso de la propiedad distributiva se puede explicitar al reflexionar sobre las diferentes formas de resolver, a partir, por ejemplo, de la semejanza entre los últimos dos procedimientos: en ambos casos se multiplicó "por partes" y después se sumó.

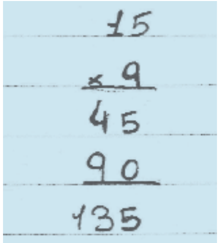
Una actividad interesante para plantear es el análisis de varios procedimientos diferentes, alguno de ellos con errores, con la consigna de "corregir" cálculos hechos por algunos alumnos, preguntando cómo y por qué fueron resueltos de este modo. Entre los procedimientos que se presentan también se podrían incluir algunos de los propuestos más arriba o aquellos que no hayan surgido en la actividad de producción. Otros procedimientos para presentar podrían ser los siguientes.

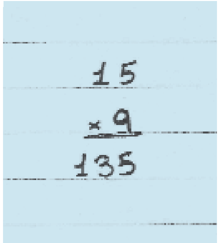




En ambos ejemplos se descompone un número en factores y se usa la propiedad asociativa, aunque en el segundo caso habrá que discutir con los chicos cómo se ha usado y por qué no se ha obtenido el mismo resultado que en el primer caso.

La consideración del algoritmo convencional para multiplicar por una cifra puede plantearse como parte del trabajo de análisis de procedimientos. Por ejemplo, se puede pedir a los alumnos que expliquen cómo creen que pensaron algunos compañeros para obtener el resultado de alguna cuenta ya conocida.





A partir de los procedimientos utilizados por los niños, el algoritmo convencional se presenta entonces como el procedimiento basado en la propiedad distributiva y la descomposición de los números atendiendo al valor posicional de sus cifras.

En este sentido, conocer los productos de diferentes números por 10, 20, …, 100, 200, contribuye con la comprensión y el dominio del algoritmo.

Este trabajo debe ir acompañado del cálculo aproximado del resultado para que este funcione como un modo de control del procedimiento de cálculo exacto. Para ello se pueden presentar actividades como las siguientes.

Marcá el valor más cercano a la respuesta de cada problema y luego hacé la cuenta para obtener el valor exacto.

- En el primer día de viaje, Tati viajó 5 horas y recorrió 85 km en cada hora. ¿Cuántos kilómetros recorrió ese día?

300 400 500

- Andrés cumple hoy 10 años. ¿Cuántos días de vida tiene?

300 3000 400 4000

- Una botella de gaseosa te alcanza para servir 8 vasos, ¿cuántos vasos llenarás con 63 botellas?

400 500 600

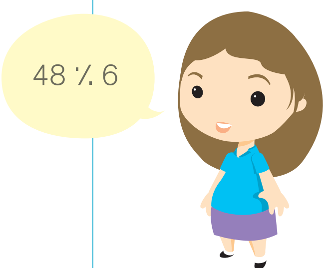
En cuanto al avance sobre formas de calcular divisiones, se pueden plantear situaciones que permitan a los alumnos descubrir otros procedimientos, tanto en casos con resto igual como distinto de 0.

Conviene que en un primer momento los niños resuelvan en pequeños grupos problemas como los planteados en “Plantear situaciones para multiplicar y dividir”, del modo como ya se ha explicado. Un nuevo ejemplo es el siguiente:

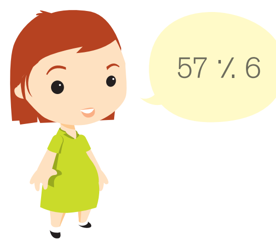
– Marcelo compró 48 caramelos para repartir a 6 amigos en el día de su cumpleaños. ¿Cuántos caramelos colocará en cada bolsita? ¿Y si compra 57 caramelos?

Luego es posible proponerles que comparen los procedimientos que ellos usaron con los propuestos en la siguiente situación, para que focalicen la relación de la división con la multiplicación.

- Analizá cómo pensó cada uno de estas chicas para resolver los cálculos.



Mariela: –Yo pienso por cuánto multiplico a 6 para que me dé 48. Voy probando 6 x 5 = 30, me falta; 6 x 10 = 60, me paso. Entonces pruebo con 6 x 8 = 48.
Ema: –Yo busco en la tabla pitagórica el número en la columna del 6 y miro en que fila está.



Mariela: –Yo pienso que 57 no está en la tabla del 6, entonces voy buscando 6 x 9 = 54 es más chico y si hago 6 x 10 = 60 es más grande. Entonces es 9 y me sobra algo.
Ema: –Yo busco en la tabla pitagórica en la columna del 6 y, como con 60 me paso, elijo 54 que está en la fila del 9. Me sobran 3.

- Usá las formas de Mariela y Ema para calcular 45 ÷ 9 y 73 ÷ 8.

Para avanzar en el algoritmo de la división, será necesario considerar números más grandes de modo que no se pueda resolver la cuenta apelando únicamente a la tabla memorizada, ni recurriendo a la tabla pitagórica, como se propone en el primer punto del problema siguiente. Si los niños han trabajado antes con descomposiciones, es probable que esto los conduzca a descomponer los números de algún modo para poder resolver. El análisis de los nuevos procedimientos y la comparación con otros, tal como se plantea en el segundo y tercer puntos, facilitará la comprensión de propiedades y operaciones involucradas en cada uno. Cuando se consideran contextos, vincular los números de la cuenta con las cantidades del enunciado, tal como se plantea en el último punto, permite evaluar la razonabilidad del resultado obtenido.

- Resolvé el problema siguiente

Como Ayelén ya completó su álbum de figuritas, decidió repartir las 89 figuritas que le sobraron entre sus mejores amigas: Belén, Ana, Rosario y María. ¿Cuántas le dará a cada una?

- Analizá cómo lo pensó Ayelén y compará con el procedimiento que vos utilizaste.

$$\begin{array}{r} 89 \\ -\ 40 \\ \hline 49 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 49 \\ -\ 40 \\ \hline 9 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9 \\ -\ 8 \\ \hline 1 \end{array}$$

Belén	Ana	Rosario	María
10	10	10	10
+ 10	+ 10	+ 10	+ 10
2	2	2	2
22	22	22	22

- Compará esta división con la que usó Ayelén.

$$\begin{array}{lrr|l} & & 89 & \underline{4} \\ 4 \times 10 & \longrightarrow & -\ 40 & 10 \\ & & \overline{49} & +\ 10 \\ 4 \times 10 & \longrightarrow & -\ 40 & \ 2 \\ & & \overline{9} & \overline{22} \\ 4 \times 2 & \longrightarrow & -\ 8 & \\ & & \overline{1} & \end{array}$$

- Señálá en la cuenta qué número indica:

la cantidad de figuritas para repartir

la cantidad de amigas

las figuritas que le toca a cada amiga

las figuritas que sobran

El algoritmo que se plantea en el tercer punto es muy similar al que se trabaja en el Segundo Ciclo, tanto para las divisiones con cociente de una cifra, como de dos o más. Si bien esta cuestión será analizada en profundidad en el *Cuaderno para el aula: Matemática 4*, la comprensión de un algoritmo para dividir de manera económica requiere, además de tener disponibles los productos, tener cierto dominio de las propiedades y de las descomposiciones de los números.

Plantear situaciones para explorar relaciones numéricas en las tablas de multiplicar

En 3er año/grado, es necesario destinar un tiempo para realizar un trabajo específico que favorezca la construcción de un repertorio multiplicativo, es decir, un conjunto de cálculos memorizados y relacionados entre sí. Para ello, es posible apoyarse en los problemas multiplicativos que remiten a la noción de proporcionalidad y que permiten vincular distintas cantidades como en el ejemplo de las listas de precios de una librería planteado en el apartado “Plantear situaciones para multiplicar y dividir”.

En la enseñanza clásica, solo se apunta a la memorización de los productos, pero en este caso el objetivo es avanzar a partir del establecimiento de relaciones entre los resultados de una misma tabla y entre los de distintas tablas.

La idea es construir con los chicos la tabla denominada pitagórica, que contiene los productos de números hasta el 10. Para ello, es posible organizar una secuencia de actividades propiciando un espacio de análisis y reflexión en torno de las relaciones numéricas involucradas y de los procedimientos utilizados al completar las tablas.

Paralelamente, se sugiere que cada alumno tenga en su cuaderno un cuadro donde registrará los productos que va memorizando para, luego, independizarse de su uso.

Secuencia para completar la tabla pitagórica: “Relacionar productos”

Actividad 1

Se presenta la tabla de las multiplicaciones como un cuadro de doble entrada, lo que permitirá ordenar los resultados de todas las multiplicaciones de los números hasta el 10. Para ello, debemos llevar a la clase un cuadro grande para trabajar de modo colectivo, por ejemplo en un papel afiche y, además, uno pequeño por alumno que cada uno pegará en su cuaderno.

Podemos explicar con un ejemplo cómo se ubican en la tabla dos factores y su producto: *el producto de 3 x 4 es 12, lo escribimos en…, y el producto 4*

x 3, ¿dónde les parece que se puede escribir? ¿Por qué?
Luego, podemos pedirles que *escriban los resultados que ya conocen.* No se les pedirá que completen toda la tabla, sino que escriban solo los productos que ya tienen memorizados.
Por último, se puede pedir que avancen y *completen el resto de los casilleros,* usando en este caso otro color de lápiz o birome.

Tabla pitagórica

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Es necesario que, luego de realizada esta segunda consigna, se abra un espacio de reflexión y análisis en torno de lo realizado, en el que los alumnos puedan explicitar los distintos procedimientos utilizados. Por ejemplo, algunos explicarán que la llenaron verticalmente sumando sucesivas veces el número de la columna; otros contarán que, para completar los casilleros como 6 x 2 y 2 x 6, pensaron que algunos productos se repiten; otros dirán que escribieron primero las filas y las columnas de los números que les resultaban más familiares como 1, 2, 5 y/o 10. Una vez más, no se trata de elegir un procedimiento único sino de analizar los distintos procedimientos posibles.

Actividad 2

Para favorecer el establecimiento de relaciones entre los números de una misma columna y entre los de las distintas columnas de la tabla, el docente elegirá el orden para presentar consignas como las siguientes, según cuáles hayan sido las argumentaciones que los chicos explicitaron en la actividad anterior.

- *Consideren las columnas del 5 y del 10. Algunos chicos dicen que estos productos son fáciles de recordar; ¿ustedes están de acuerdo? ¿Por qué?*
- *Si se compara cada número de la columna del 5 con cada uno de los de la columna del 10 para la misma fila, ¿qué relación tienen?*

Las razones que suelen dar los chicos para responder la primera pregunta se refieren a los números en los que terminan todos los de la columna: *todos terminan en 0 o en 5,* y *todos terminan en 0.*
En cuanto a la segunda pregunta, se trata de que establezcan la siguiente relación: los números de la "tabla del 10" son el doble de los de la "tabla del 5", o que los de la "tabla del 5" son la mitad de los de la del 10.

Luego se puede avanzar con la siguiente pregunta:

- *Si continuáramos la columna del 10 poniendo los casilleros para 11 x 10, 12 x 10, hasta el 19 x 10, ¿qué números escribirían como productos?, ¿podrían decir rápidamente cuánto da 35 x 10?, ¿por qué?*

Se trata de arribar con los chicos a una conclusión sobre qué sucede cuando multiplicamos por la unidad seguida de ceros.
En una actividad posterior a esta secuencia, apoyados en la conclusión aquí obtenida, se podrá discutir sobre la multiplicación por los números redondos en general, es decir, x 20, x 30, x 40, x 100, x 200, etcétera.

También es posible preguntar por relaciones entre otras columnas de la tabla, expresadas por multiplicaciones o mediante sumas.

- *¿Qué columnas se pueden duplicar para obtener otras?*
- *Si se compara cada número de la columna del 2 con cada uno de los de la columna del 6 para la misma fila, ¿qué relación tienen? ¿Y si se compara con la del 10?*
- *¿Cómo se pueden obtener los números de la columna del 8 partiendo de los de la columna del 2?*
- *¿Qué columnas es posible sumar para obtener otra?*

Actividad 3

De mismo modo, se puede analizar en la tabla que hay distintos pares de factores para un mismo número, planteando la consigna:

- *Busquen los números que se repitan y, en cada caso, escriban los factores.*

Algunos de los números que se repiten aparecen dos veces y al escribir los factores puede concluirse que son los mismos en distinto orden, es decir, que se cumple la propiedad conmutativa. Por ejemplo, el 35, que es el producto que corresponde a 5 x 7 y a 7 x 5.
Otros productos, como por ejemplo el 12, el 24, el 36 o el 40, aparecen varias veces. Esto permitirá llegar a la conclusión de que algunos números admiten distintas descomposiciones multiplicativas en dos factores. Por ejemplo, para 12, aparecen en la tabla:

3 x 4	2 x 6
4 x 3	6 x 2

También es posible concluir que los números que están ubicados en la diagonal de la tabla pitagórica admiten una descomposición donde los dos factores son iguales.

Actividad 4

Antes de presentar esta actividad, se debe tapar o sacar el afiche con la tabla completada entre todos y aclarar que tampoco se pueden usar las tablas personales.

- Completá las siguientes tablas:

Tabla A

X	5	10	3	6	12
2					
4					
8					

Tabla B

X	5	7	8	9	10
5					
10					

Tabla C

X	4	8	3	7	11
3					
6					
9					

Esta actividad tiene como finalidad indagar si los chicos tienen disponible las relaciones establecidas en las actividades anteriores. Por ejemplo, tendrían que identificar los casos en que los resultados de una tabla son el doble (4 y 2, 8 y 4, 10 y 5, 6 y 3) o el triple (9 y 3) de los resultados de otra, o aquellos que se pueden obtener por suma de otros, como en la tabla C (los productos por 7 como suma de los x 4 y x 3, y los x 11 como suma de los x 8 y x 3).
Es probable que para completar esos casilleros los niños recurran a diversos procedimientos. Será conveniente promover la explicitación de sus argumentos para generar un intercambio en el aula. Por ejemplo, algunos dirán: *sé que 3 x 2 es 6, 3 x 4 es el doble y para 3 x 8 hago otra vez el doble.*

El propósito de esta secuencia no es la memorización de la tabla pitagórica, sino favorecer el establecimiento de distintas relaciones entre los productos. Es importante que alentemos a cada alumno a buscar el procedimiento que le resulte más fácil para recuperar rápidamente un producto que no recuerda, como, por ejemplo, 6 x 8, superando el procedimiento “tan difundido” de empezar a recitar la tabla desde el comienzo 6 x 1, 6 x 2 … hasta llegar a 6 x 8.

Plantear juegos para memorizar productos

Además del trabajo reflexivo que planteamos a propósito de la construcción de las tablas, conviene plantear actividades que permitan a los chicos memorizar los productos. Así como en su momento planteamos la importancia de que dispongan de un repertorio aditivo, en 3er año/grado también sugerimos apuntar a que los alumnos posean un repertorio multiplicativo.

> **“Multiplicando dados”:** calcular productos
> **Materiales:** 3 dados.
> **Organización de la clase:** se forman grupos de 4 niños, uno de los cuales es el secretario.
> **Desarrollo:** el secretario es el encargado de tirar los dados y anotar el puntaje. En cada ronda, los tira y los jugadores, al mismo tiempo, deben decir cuál es el resultado de multiplicar los valores obtenidos en los 3 dados. El que primero dice el resultado correcto gana. Antes de anotar el puntaje debe contar al resto cómo lo pensó.

En este juego se pretende que los niños busquen formas de asociar los 3 factores para resolver el cálculo y luego reflexionen sobre cuál o cuáles les resultaron más rápidas y por qué. Para ello, es conveniente efectuar el registro de los cálculos que se realicen.

"El Gato":[17] relacionar productos y factores
Materiales: copia del tablero con el cuadro de productos y la fila de factores, 2 clips o botones para usar como señaladores de los factores y 36 fichas de dos colores diferentes.

Fila de factores

1	2	3	4	5	6	7	8	9

Cuadro de productos

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	12	14
15	16	18	20	21	24
25	27	28	30	32	35
36	40	42	45	48	49
54	56	63	64	72	81

Organización de la clase: en grupos de 4 alumnos, subdivididos en 2 equipos; cada equipo toma las fichas de un color.
Desarrollo: un jugador del primer equipo escoge 2 números de la fila de factores, los marca con los señaladores y multiplica estos números colocando una ficha de su color en la casilla que contiene el producto. Por ejemplo, señala 5 y 6 y pone la ficha en el 30.
Luego, un jugador del otro equipo mueve solo uno de los señaladores a otro número en la fila de factores. Este jugador multiplica los números ahora señalados y coloca una ficha de su color en la casilla del producto.

[17] Tomado de Murphy P.; Lambertson L. y Tesler P. (2004), *The Math Explorer: Games and Activities for Middle School Youth Groups and Exploratorium Grades 7–12*, Emeryville, California, Key Curriculum Press.

> Por ejemplo, mueve el señalador del 6 al 8 y le queda entonces 5 x 8 = 40.
> Ambos señaladores se pueden colocar en el mismo número, por ejemplo, para 5 x 5.
> Si este producto ya ha sido tomado, pasa el turno al equipo contrario.
> Los equipos siguen alternando turnos y gana el jugador que cubre 4 casillas en línea, sin espacios vacíos en medio. La línea puede ser horizontal, vertical y diagonal.
> Si alguno de los jugadores descubre que su contrincante comete un error en la multiplicación, puede capturar la casilla correcta, tras decir el producto correcto.

Es interesante destacar que, al anticipar posibles jugadas del jugador contrario para bloquear su camino, los niños comienzan a buscar descomposiciones en factores de los números y fortalecen así las relaciones entre multiplicación y división. En el mismo sentido, luego de varias partidas, resulta conveniente discutir si hay algunos números que son "más fáciles de obtener", explicitando y comparando la cantidad de descomposiciones en factores que admiten distintos números.

En ambos juegos, es necesario que los chicos establezcan relaciones para ganar, pero la rapidez requerida lleva a la conveniencia de memorizar las tablas. Al jugar en reiteradas oportunidades los alumnos podrán observar que sus progresos en la memorización de las tablas producen mejores resultados.

Para trabajar con la información

Cuando consideramos la resolución de problemas aritméticos, es necesario destinar un tiempo para centrarnos en el análisis de los aspectos ligados a la información que se proporciona y a aquella que se quiere averiguar, por ejemplo, la diferenciación entre datos e incógnitas, la selección de la información y su organización, la interpretación en el contexto y su identificación según el soporte en el que se presenta (enunciado verbal, gráfico, tabla, etc.), la discusión acerca del número de soluciones (una, varias o ninguna) o la producción de problemas a partir de la información presentada en diferentes portadores.

Otro aspecto a considerar al trabajar con la información es la recolección y organización de datos. Este trabajo podrá comenzar con actividades de interpretación de tablas ya confeccionadas, para luego avanzar en la elaboración de otras en nuevos problemas. Para la construcción de tablas, en algunos casos, se puede proporcionar la información desordenada y pedir que la organicen y, en otros, se puede proponer que primero recolecten los datos para luego confeccionar tablas.

Plantear situaciones para establecer relaciones entre datos e incógnitas

Dado que muchos niños piensan que un problema es un enunciado con números que tienen que usarse en una o varias cuentas y cuyo resultado constituye la única respuesta a la pregunta planteada, un desafío importante será ofrecer distintas alternativas que cuestionen tal idea, haciendo un trabajo específico sobre el tratamiento de la información. Para ello, propondremos a los alumnos problemas con diferentes formas de presentación, tareas a realizar y número de soluciones.[18]

En este año/grado, resultará interesante plantear situaciones en las que se deba identificar información pertinente, faltante, superflua, contradictoria, ya que la mayoría de los niños suelen pensar que *todos los datos de un problema están para ser usados.*

Por lo tanto, con propuestas como las que se detallan a continuación, apuntamos a que la búsqueda y la selección de los datos de un problema formen parte de su resolución. Veamos cuatro ejemplos.

- Un grupo de folclore se presentó en el club "El Progreso". Se dieron dos funciones: una a las 18.00 hs. y otra a las 20.30 hs. El precio de las entradas era $ 8 para mayores, $ 5 para menores y $ 3 para jubilados. Asistieron 250 personas en cada función. ¿Podrían saber cuánto dinero se recaudó? Si no es así, expliquen por qué.

Es esperable que los alumnos reconozcan que la información disponible no es suficiente para responder la pregunta ya que no se cuenta con la información relativa a cuántas entradas de cada tipo (mayores, menores o jubilados) se vendieron. Sin embargo, sería posible estimar un valor máximo (250 x 8 x 2) y un mínimo (250 x 3 x 2) para la recaudación. Por otra parte, es posible discutir con los alumnos qué preguntas podrían responderse con la información disponible.

- Juan tenía 345 estampillas en su colección. Su tío le trajo nuevas estampillas de 5 países diferentes de América. ¿Cuántas estampillas tiene ahora Juan?

[18] **Recomendación de lectura:** otras actividades para trabajar con la información se encuentran en *Propuestas para el aula*, material elaborado por el Equipo de Gestión curricular del Ministerio de Educación de la Nación (2000).

En este caso, al igual que en el anterior, también falta información para poder responder la pregunta formulada: la cantidad de estampillas que le trajo el tío. También hay un número que resulta irrelevante para hallar la solución al problema: que las estampillas sean de 5 países de América.

- Alicia dice que, del total de 48 figuritas que tenía cuando era chica, regaló 27 a una prima y 31 a otra. ¿Puede ser? ¿Por qué?

En este enunciado, se espera que los niños puedan identificar que hay información contradictoria.

- Tengo 30 golosinas para repartir en bolsas. Si puedo colocar 10 o 5 en cada una, ¿de cuántas maneras puedo armarlas?

Aquí se apunta a refutar una hipótesis que sustentan los niños: los problemas tienen una única solución. Algunos niños encontrarán una sola respuesta al problema, pero la confrontación con los resultados de otros compañeros pondrá en evidencia que son varias las respuestas posibles. Se espera que puedan aparecer, entre otras, respuestas como: colocar 10 golosinas en 3 bolsas; usar 4 bolsas colocando en 2 de ellas 10 y en las otras 2, 5; armar 6 bolsas con 5 golosinas cada una.

A través de investigaciones didácticas se ha comprobado que algunos alumnos, ante un enunciado como el siguiente, suman los números que figuran en él, sin advertir que la información no es pertinente para responder la pregunta:

- Jorge tiene desde que nació 2 tortugas, 4 perros y 5 gatos. ¿Cuántos años tiene Jorge?

De acuerdo con lo planteado, transcribimos un fragmento del registro de una clase de un 3er año/grado en la que se presentó la siguiente discusión:

Registro de clase

Maestra: *–Les voy a pedir que copien el problema en sus cuadernos, lo lean* (dice "lean" con un tono de voz más alto y pausado), *lo resuelvan solitos, y después lo conversaremos entre todos. Yo voy a ir circulando por los bancos; el que tiene alguna duda, me pregunta.*
Después de un breve lapso de tiempo…
Varios: *–¡Seño, es refácil! ¡Estas cuentas las hacíamos en 1º!*
Maestra: *–Ajá, después lo*

corregimos entre todos…
Federico (meneando la cabeza): *–¡Y yo qué sé cuántos años tiene Jorge! No se puede mezclar una cosa con otra…*
La maestra se acerca a Federico y le dice que si cree que no puede averiguarlo, escriba en su cuaderno por qué y después lo va a leer para todos.
Carolina y Juan Manuel dicen que no lo pueden resolver. La maestra realiza con ellos la misma intervención que con Federico.
Luego de un rato, comienza la puesta en común.
Maestra: *–Voy a pedir que alguien me dicte cómo lo resolvió para que pueda anotarlo en el pizarrón.*
Muchos al unísono: *–¿Puedo yo? Es de suma…*
Maestra: *–A ver, Tomás, te escucho…*
Tomás: *–Hice 4 + 5 + 2 y me dio 11.*
Maestra (escribe el cálculo que le dictó Tomás en el pizarrón): *–¿11 qué?*
Varios a coro: *–Años.*
Federico: *–¡No dan años, dan los animales que tiene Jorge!*
Maestra: *–Carolina, Juan Manuel y Federico creen que este problema no puede resolverse, sin embargo, muchos de ustedes encontraron una solución…*
Renata: *–Sí, encontramos una solución para saber la cantidad de animales, pero no sabemos cuántos años tiene…*
Joaquín: *–Mi prima tiene 7 años y tiene 3 perros y 4 gatos.*
(Silencio.)
Maestra: *–Es una casualidad que haya coincidido, si fuera así todos los que viven con tu prima tendrían que tener 7 años.*
Verónica: *–Yo tengo 2 perros y no por eso tengo 2 años…*
Maestra: *–¿Y entonces?*
Carolina: *–Está mal el problema.*
Maestra: *–¿Cuál sería la respuesta a este problema? Federico, contá vos.*
Federico: *–Yo escribí en mi cuaderno que no puedo contestarlo porque lo que me dice el problema no me sirve para lo que me está preguntando.*
Maestra: *–¿Qué piensan los demás?*
Varios: *–Que tiene razón.*
Maestra: *–¿Qué podríamos cambiarle al enunciado del problema para que sí se pueda responder?*
Brian: *–La pregunta. Si preguntara "¿Cuántos animales tiene Jorge?", entonces sí se podría responder.*
Maestra: *–Bien, entonces, podemos sacar una conclusión: es importante mirar bien si lo que dice el enunciado me sirve o no para contestar la pregunta.*
Hablan varios chicos a la vez:
–Tenemos que fijarnos en lo que nos dice el problema y lo que nos pregunta.
Maestra: *–Los que tienen algo para corregir en sus cuadernos, lo hacen ahora. Mientras tanto, yo voy a escribir las conclusiones a las que llegamos en el pizarrón para que las copien a continuación.*

En el pizarrón queda escrito: *para resolver un problema tengo que fijarme si lo que dice el enunciado me sirve para contestar la pregunta.*

La maestra aclara que la información de un problema que se usa para responder la pregunta se llama dato.

Además de presentar diferentes enunciados de problemas, podemos generar un espacio de discusión en el aula en el que los alumnos tengan que modificar un enunciado dado para que un problema que tiene una única solución admita otras posibles o a la inversa. Por ejemplo:

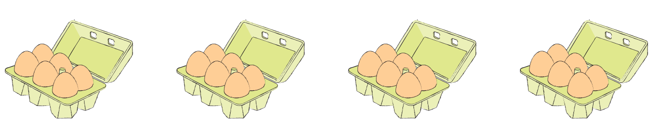
- La mamá de Nati pagó $ 130. ¿Qué billetes usó?

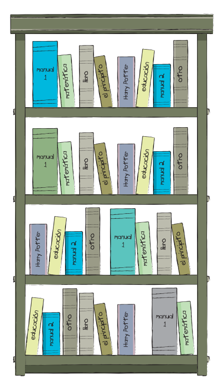
Tal como está planteado, este problema admite varias respuestas (1 billete de $ 100, 2 de $ 10 y 2 de $ 5; 2 billetes de $ 50 y 3 de $ 10, etc.). Pero si agregamos al enunciado que *la mamá de Nati pagó con la menor cantidad de billetes posible*, entonces solo podrá responderse de una manera: un billete de $ 100 y tres de $ 10.

Situaciones similares a las propuestas nos llevarán a reformular enunciados para que tengan información contradictoria, faltante, superflua, etcétera.

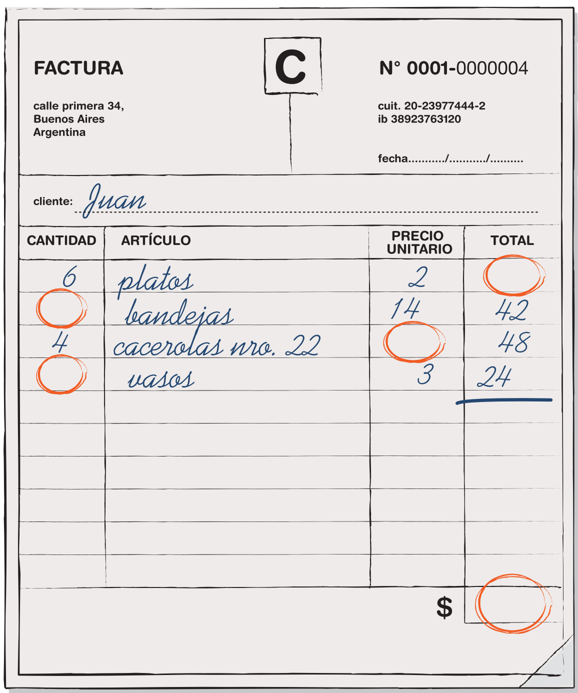
Las actividades en las que se propone elaborar problemas a partir de informaciones presentadas en diferentes soportes requiere que los alumnos seleccionen qué incluirán en su enunciado y elaboren una pregunta, para lo cual tendrán que anticipar la o las operaciones que permitan responderla. Por ejemplo, se puede presentar solo información gráfica o una combinación de esta con información numérica en diferentes contextos.

- Para cada dibujo inventá dos problemas: uno que se pueda resolver con una división y otro que requiera una multiplicación.





- Completá los espacios en blanco de la siguiente factura.



FACTURA C N° 0001-0000004

calle primera 34,
Buenos Aires
Argentina

cuit. 20-23977444-2
ib 38923763120

fecha........../........../..........

cliente: Juan

CANTIDAD	ARTÍCULO	PRECIO UNITARIO	TOTAL
6	platos	2	
	bandejas	14	42
4	cacerolas nro. 22		48
	vasos	3	24

$

También se puede, para la misma información, mostrar una resolución realizada por un alumno y que la tarea sea elaborar una pregunta que pueda dar lugar a dicha resolución.

Sin duda, la variedad de consignas que cada maestro puede proponer en clase estará determinada por el grupo con el que trabaja, así como por la confianza que tenga en que, frente al enunciado de un problema, un trabajo como el propuesto independizará a los chicos del “no entiendo”.

Plantear situaciones para obtener y organizar datos

La tarea de recolección y organización de datos es conveniente plantearla en el marco de una actividad que le otorgue sentido. Por ejemplo, si los alumnos de la escuela tuvieran que elegir un nombre para la nueva biblioteca o los chicos de 3º tuvieran que decidir cuál de los nombres que han sido propuestos para participar en un torneo –“Tercero aventura”, “Tercera estación” y “Ter-cero”– será el elegido.

En cualquiera de los casos, es posible debatir con los niños acerca de la manera más conveniente de recabar la información necesaria y de cómo organizar y registrar los resultados obtenidos.

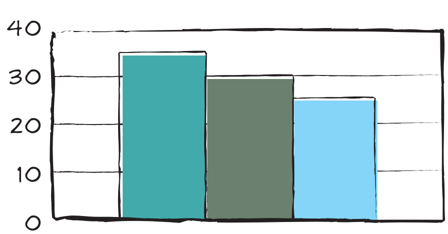
Por ejemplo, en el último caso, luego de la votación, se pueden registrar los votos en una tabla para luego contarlos:

Nombre del grupo	Cantidad de votos	Total
Tercero aventura	||||| ||||| ||||	14
Tercera estación	|||||		6
Tercero	|||	3

Podemos plantear preguntas como las siguientes: *¿cuál fue el nombre más votado? ¿Cuántos votos obtuvo? ¿Cuántos chicos votaron en total? ¿Qué diferencia de votos hay entre el que ganó y el que salió en tercer lugar?* Algunas de estas preguntas las contestarán identificando los datos en la tabla y otras operando con ellos.

También podemos proponer actividades que apunten a la interpretación de la información contenida en otras representaciones diferentes de un enunciado, como es el caso de las tablas o los gráficos. Para este último caso, por ejemplo, podemos proponer que resuelvan la siguiente situación:

- Este gráfico representa la cantidad de alumnos que hay en 1º, 2º y 3er años/grados de una escuela. Si sabemos que la mayor cantidad de alumnos es de 1º y la menor cantidad está en 3º, podría preguntarse:



¿qué año representa cada color? ¿Podemos saber qué cantidad de alumnos hay en cada grado? ¿Qué tuvieron que mirar para poder responder?

La variación y la significatividad de los contextos propuestos en los problemas, la diversidad de tareas que se propongan a los alumnos, una gestión de la clase en la que se incluyan el análisis del resultado y el procedimiento elegido y la validación de las respuestas dadas permitirán que los alumnos “entren en el juego” de interesarse por modelizar matemáticamente.

De este modo, la lectura del problema y la interpretación de la consigna configuran un espacio de intercambio entre el docente y los alumnos en el que es posible discutir, sin que el docente explique lo que los alumnos deberán construir, pero sí aclare todo lo necesario para que puedan entender la consigna y realizar correctamente la tarea propuesta. Los alumnos, a la vez, ganan más confianza para interpretar lo que se les pide, solo preguntan lo necesario para entender y progresan de este modo hacia una forma de trabajo más autónoma.

nap

El reconocimiento y uso de relaciones espaciales en espacios explorables o que puedan ser explorados efectivamente.

El reconocimiento de figuras y cuerpos geométricos a partir de distintas características.*

La diferenciación de distintas magnitudes y la elaboración de estrategias de medición con distintas unidades.

---

* La complejidad de la tarea crece en función de la combinación entre la figura utilizada, el tipo de papel y los instrumentos que se proporcionen.

GEOMETRÍA
Y MEDIDA

EJE

Geometría y Medida

Los saberes que se ponen en juego

Para que los alumnos puedan aprender los conocimientos incluidos en los núcleos, es conveniente que en la escuela propongamos situaciones de enseñanza en las que se pongan en juego distintos aspectos de estos. Se trata de que los conocimientos matemáticos aparezcan en el aula asociados a los distintos problemas, para luego identificarlos y sistematizarlos.

Esto implica:

- Usar relaciones espaciales al interpretar y describir en forma oral y gráfica trayectos y posiciones de objetos y personas, para distintas relaciones y referencias.
- Construir y copiar modelos hechos con formas bi y tridimensionales, con diferentes formas y materiales (ej.: tipos de papel e instrumentos).
- Comparar y describir figuras y cuerpos según sus características (número de lados o vértices, la presencia de bordes curvos o rectos, la igualdad de la medida de sus lados, forma y número de caras) para que los reconozcan o los dibujen.
- Explorar afirmaciones acerca de características de las figuras y argumentar sobre su validez.
- Estimar, medir efectivamente y calcular longitudes, capacidades y pesos usando unidades convencionales de uso frecuente y medios y cuartos de esas unidades.
- Usar el calendario y el reloj para ubicarse en el tiempo y determinar duraciones.

Propuestas para la enseñanza

En este apartado, intentamos precisar el alcance y el sentido de los conocimientos que se priorizan en el Eje "Geometría y Medida". Al respecto, se proponen algunos ejemplos de actividades para desarrollar en el aula y de producciones de los niños.

Además, desarrollamos secuencias de actividades que muestran el tipo de trabajo matemático que se sugiere desde el enfoque explicitado en el inicio.

Para establecer relaciones espaciales

Los niños enfrentan en su entorno cotidiano diversas oportunidades de resolver problemas espaciales. A través de estas, van construyendo un conjunto de referencias espaciales que les van permitiendo ubicarse y ubicar objetos y personas en diferentes espacios.

La creciente autonomía personal favorece la adquisición de variados conocimientos respecto de nuevos trayectos y recorridos. Por ejemplo, los alumnos conocen ciertos recorridos de colectivos o micros que les permiten anticiparse a la parada en la que descenderán; también se orientan con facilidad si se les cambia el recorrido habitual por el que van a la escuela, a la casa de algún compañero o a la de un familiar. Asimismo, tienen recursos para explicar, a través de variadas referencias, un trayecto conocido a una persona extraña al lugar, para reconocer si el destino consultado está lejos o cerca del sitio en el que se encuentran; y algunos niños también logran estimar tiempos en relación con esas distancias que les son familiares.

En paralelo a este dominio progresivo del entorno, es probable que en años anteriores los chicos hayan iniciado en la escuela el estudio sistemático del espacio, abordando propuestas tales como leer y producir planos y croquis, redactar trayectos para que otros los realicen efectivamente, describir posiciones de objetos en diversos espacios que les ofrecieron un marco para significarlas y conceptualizarlas.

En 3er año/grado se busca continuar las experiencias realizadas en 2º año/grado para complejizarlas, ampliarlas y profundizarlas. En consecuencia, es conveniente plantear un conjunto de situaciones problemáticas que permitan el reconocimiento y uso de relaciones espaciales en diversos espacios. De esta manera, esperamos que logren resolver las situaciones presentadas de manera cada vez más precisa, tanto en espacios conocidos como nuevos –a los que accederán a través de sus representaciones– u otros que pueden ser explorables.

En el caso de que estos contenidos no se hubieran abordado en los años anteriores, no es aconsejable alterar las actividades propuestas, pero será esperable que los chicos tengan un dominio menos experto de las relaciones que intervengan en el problema.

Por medio de estas situaciones, buscamos promover que los chicos interpreten y describan posiciones en el espacio y en el plano. El uso de coordenadas será un nuevo aporte para la ubicación precisa de puntos en el espacio representado, conocimiento que se desarrollará en el Segundo Ciclo. También convendría apuntar a que interpreten y describan trayectos (caminos no necesariamente realizados por los niños) y recorridos (efectivamente realizados) en el espacio y en el plano.

Estas experiencias se plantearán en distintos momentos del año para que los chicos continúen construyendo y ampliando sus referencias espaciales. Habrá pues que variar los problemas que se presenten a diferentes espacios y representaciones planas, considerando en cada caso los diferentes puntos de vista posibles.

Plantear situaciones para interpretar, describir y representar posiciones y trayectos

Una de las situaciones didácticas que proponemos abordar inicialmente, retomando algunas cuestiones planteadas en 2º año/grado,[1] será la interpretación de las referencias de un plano correspondiente a las inmediaciones de la escuela. A partir de las referencias espaciales del plano y de la interpretación de ciertas convenciones, los alumnos pueden ubicar determinados puntos significativos de esos alrededores, como calles, negocios, monumentos, la estación de tren u ómnibus, la entrada al pueblo desde la ruta, una rotonda, una ruta nacional, una provincial, etc. También es posible que representen algunos trayectos para llegar a diferentes lugares de la ciudad o el pueblo: señalarán el itinerario de un vehículo que se traslada a un punto turístico de la zona, a un lugar histórico, al almacén, a una oficina pública; ubicarán calles y avenidas estableciendo relaciones de paralelismo o perpendicularidad y conocerán el concepto de “diagonal” a una calle, o bien señalarán recorridos en diagonal como el camino más corto. En síntesis,

[1] **Recomendación de lectura:** se sugiere leer las propuestas presentadas en el apartado “Plantear situaciones para interpretar y describir posiciones y trayectos” del *Cuaderno para el aula: Matemática 2*.

proponemos profundizar la ubicación de puntos en áreas de grandes dimensiones para avanzar luego en el dominio de la organización social de esos espacios.

Esperamos que los niños logren comprender cómo se distribuyen las calles, su organización por medio de la numeración y su direccionalidad –por ejemplo, dirección norte sur– y que puedan relacionarlas con otros lugares significativos de la zona estudiada (cerros, ríos, rutas nacionales, ciudades cercanas, etc.). Conocer este tipo de referencias les permitirá ubicarse y orientarse tanto en el espacio próximo como en otros poco explorados o familiares. Por ejemplo, que los alumnos comprendan la relación entre las calles paralelas y su numeración, la equivalencia de recorridos utilizando la idea de calles paralelas, transversales y el trayecto en diagonal, entre otros conocimientos, los ayudará a ubicarse en otros barrios o ciudades que se organizan de manera semejante.

La siguiente secuencia de actividades aborda tanto la exploración concreta sobre entornos reales como la interpretación y elaboración de representaciones gráficas en contextos desconocidos aunque significativos para los niños. Además, se busca que establezcan relaciones entre las distintas representaciones bidimensionales y el espacio tridimensional, con el objeto de que logren trasladar las relaciones aprendidas a espacios desconocidos.

Secuencia para representar trayectos: “Conocer lugares a través de los planos”

Actividad 1

Se le entrega a cada alumno la fotocopia de una parte del plano del barrio, pueblo o zona donde está ubicada la escuela señalando la ubicación de la misma, los nombres de las calles, plazas, rutas, ríos, etc. En una primera exploración, los niños interpretarán libremente el fragmento intentando identificar algunos lugares que les resulten familiares y los marcarán en el plano: sus casas, el recorrido que cada uno efectúa para llegar a la escuela; para luego analizar entre todos quiénes viven más cerca y quiénes más lejos. Para facilitar la explicitación de los recorridos, el docente dará información sobre la orientación en dicho plano: hacia dónde se ubica el norte, el sur, el este y el oeste. Para que los alumnos utilicen dicha información, se podrá preguntar, por ejemplo: *¿qué pueden encontrar si saliendo de la escuela caminan hacia el norte?* Y repetir la consigna con el sur, el este u el oeste. Además, podrá pedir a los chicos que anoten el recorrido que deben realizar si quieren llegar desde sus domicilios a un punto señalado previamente. Este plano quedará pegado en el cuaderno para que los alumnos puedan consultarlo en cualquier momento.

Actividad 2

Se organiza la clase en parejas. A cada una se le entrega otra copia del mismo fragmento de plano de los alrededores de la escuela y una tarjeta en la que se les indica que ubiquen un punto en particular, por ejemplo, la estación de trenes, de ómnibus, un centro cívico, un museo, un club, etc. Cada pareja de alumnos tendrá que marcar un punto diferente. A continuación, la tarea consistirá en escribir un "mensaje" con las indicaciones necesarias para llegar desde la escuela a ese lugar. Una vez redactado, las parejas intercambian los mensajes producidos.

Cuando reciben las instrucciones escritas, los niños deberán marcar tanto el punto de llegada como el recorrido indicado. En este momento, se analiza si ambas parejas llegan al punto señalado con éxito o no.
Para promover un análisis efectivo de lo sucedido, es necesario que relevemos tanto los aciertos como las dificultades con que se encontraron los niños para resolver esta situación. La idea es que los distintos grupos comuniquen las diferentes resoluciones, formulen sus dificultades y compartan con sus compañeros las diversas formas en que las superaron.
A medida que los grupos exponen, el docente escribirá en el pizarrón las diferentes formas de resolución y los problemas encontrados. Durante el intercambio, se puede favorecer la explicitación de distintas formas de enunciar una dirección: *caminá dos cuadras hacia el río* o *avanzá dos cuadras hacia el norte.* Si en ningún grupo surgiera el uso de los puntos cardinales como recurso, podría introducirse el tema preguntando: *¿es lo mismo decir...?*
También es conveniente que en algunos momentos se reformulen con mayor precisión algunos de los términos usados por los alumnos, como por ejemplo: *a la altura de*, *en perpendicular a*, *cruzar en diagonal a*, etcétera.
Es probable que esta actividad tome más de una clase ya que en la primera se podrían confeccionar los mensajes e intercambiarlos y, en la siguiente, analizar los logros y las dificultades.

A continuación, se transcribe el fragmento del registro de una clase en la que se desarrolla una actividad de esta secuencia:

Registro de clase

Docente: –*Marcelo y Cristina tuvieron algunas ideas que creo que pueden servir para indicar un recorrido a otros.*

Marcelo: –*Nosotros primero marcamos la escuela y luego hacemos como que vamos caminado y marcamos. Decimos "salir de la*

escuela a la derecha" porque puede ser también a la izquierda.
Cristina: –*También puede decir "ir a la esquina de Rawson y Quito" y después hay que decir cómo seguir porque podemos seguir por Rawson o por Quito...*
Docente: –*¿Y ustedes cómo indicaron?*
Laura: –*Nosotros dijimos directamente, "Hagan tres cuadras a la derecha y cuatro a la izquierda..." ¡y llegaron!*
Docente: –*¿Alguien no pudo llegar con las indicaciones de los compañeros?*
Algunos chicos: –*¡Nosotros!*
Docente: –*¿Y pudieron averiguar por qué…?*
Julián: –*Es que ellos nos pusieron "llegar a la plaza y seguir 3 cuadras" y no dijeron por qué calles.*
Luis: –*Sí, pero después llegaron igual…*
Julián: –*Porque miramos en el mapa y nos dimos cuenta dónde estaba la estación.*

Actividad 3

Para que los alumnos sistematicen los conocimientos trabajados con anterioridad, se le entrega a cada uno –o a cada pareja– un plano de una ciudad distinta a la de la escuela para que ubiquen algunos puntos significativos. Puede ser un fragmento del plano de la capital de la provincia o de una ciudad considerada de importancia para la zona, etcétera.
Luego, se pueden plantear situaciones con el fin de que los chicos utilicen las referencias del plano para ubicar otros puntos. La siguiente propuesta es enunciada solo a modo de ejemplo, para que cada docente la adapte al plano de la localidad en el que realiza la actividad.

- Un señor llega a la ciudad y se instala en el hotel que está frente a la plaza. Redacten cómo le indicarían a esta persona el recorrido a realizar desde el hotel hasta la municipalidad (u otro punto que resulte interesante para el problema).
¿Cuántas cuadras tendrá que recorrer para ir desde la biblioteca popular hasta el polideportivo? Observen el mapa y señalen las cuadras que recorrerá. Piensen varios caminos posibles.

- Juan y Paula discuten sobre la ubicación de la heladería: Juan dice que está en Sarmiento entre Belgrano y Catamarca, y Paula dice que está en Sarmiento entre Catamarca y Las Heras. Observen el plano y respondan cuál de ellos tiene razón.

También se les puede pedir que marquen algunos puntos determinados y luego verifiquen su ubicación con otros compañeros. Por ejemplo,

- Señalá todas las esquinas de Las Heras y Pueyrredón.
- Dibujá un negocio al 500 de Santa Fe.
- María vive en la calle Güemes, entre Salta y Perú. ¿A qué altura de esas calles se encuentra su casa?

Es importante que ofrezcamos bastante tiempo de exploración para que los alumnos se familiaricen con este tipo de representaciones y se enfrenten con obstáculos similares a los que experimenta una persona que consulta por primera vez el plano de una ciudad. En este sentido, es conveniente que ofrezcamos espacios de confrontación, discusión y comunicación de los distintos modos de resolver que han encontrado los niños. Es importante que intentemos comprender cómo piensan y cuáles son las dificultades que encuentran para resolver lo pedido. Para ello podremos relevar en un listado las dificultades que surjan desde el comienzo de la tarea. En general, los chicos desconocen las referencias que se representan en un plano y, por tanto, para guiar a otros, tienen que aprender a interpretarlas. Por ejemplo, a partir del trabajo con planos, los alumnos podrían descubrir que las calles paralelas tienen la misma numeración a la misma altura, que un cruce de vías del ferrocarril se señala con un código en particular, que un cruce de calles puede determinar un cambio de nombre y de numeración, etc. Precisamente, buscaremos que estas particularidades aparezcan en el plano que elegimos para que el docente tenga la oportunidad de brindar información en el marco de una propuesta que tenga sentido para los niños.

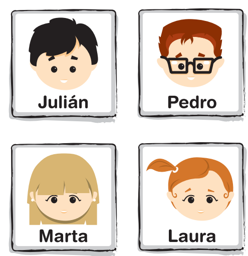
Por otra parte, los alumnos tal vez logren interpretar más fácilmente las referencias para ubicarse ellos mismos, pero la necesidad de orientar a otro los pone en la situación de verbalizar esas referencias y de posicionarse desde un plano universal, desprendido de la ubicación en la que ellos se encuentran.

Además, el trabajo con planos de lugares menos conocidos o desconocidos permitirá que los niños resuelvan problemas desligados de su experiencia cotidiana, favoreciendo la construcción de nuevas relaciones y la sistematización de lo analizado anteriormente.

Para favorecer la elaboración e interpretación de representaciones gráficas, es conveniente que el docente introduzca a los chicos en el uso de coordenadas para la ubicación precisa de puntos en el plano. Esta iniciación se puede realizar ubicando posiciones en una cuadrícula. Para ello, es posible presentar juegos del tipo “La batalla naval”. Si la cuadrícula del juego original (10 filas por 10 columnas) resultara muy amplia, en 3º se puede presentar un juego similar con una cuadrícula más pequeña que tendrá menos espacios. Por ejemplo,

“La batalla naval”: ubicar posiciones en cuadrículas
Materiales: cada pareja debe contar con 2 cuadrículas como las que se indican y 4 fichas con caras de 4 niños con distintos peinados, como, por ejemplo, los dibujados a continuación.

	A	B	C	D	E
1					
2					
3					
4					
5					



Organización de la clase: se divide en grupos de 4 chicos que a la vez están subdivididos en 2 parejas.
Desarrollo: las parejas de cada grupo se ubican de manera que no puedan ver las cuadrículas de sus compañeros. Cada pareja debe colocar las cuatro fichas (caritas) en casilleros que no sean “vecinos” de su cuadrícula. Luego, por turno, tendrán que tratar de averiguar en qué casilleros colocó la otra pareja cada una de las caritas. Para nombrar las posibles ubicaciones, nombrarán una letra y un número. Los otros compañeros deberá responder según lo que encuentren en ese lugar. Podrán decir “nada” o el nombre del chico que ocupa ese lugar.

Luego de varios turnos, plantearemos algunas situaciones simuladas del juego. Por ejemplo:

- Julián se encuentra en el cuadro A 2. Señalen con una cruz azul el lugar donde se ubica Julián.
- Marta está a tres cuadros de Julián. Señalen todos los lugares en los que podría estar Marta. Escriban la posición exacta de cada una de esas posibilidades.

Estas propuestas lúdicas son convenientes para que los niños se familiaricen con la idea de que, para ubicar una posición en una cuadrícula, son necesarios dos datos.

También en este año/grado es necesario favorecer el avance en las representaciones gráficas de espacios más acotados, es decir, de menores dimensiones. A partir de resolver situaciones, los niños construirán códigos –convencionales o no– para representar objetos.[2]

Con la finalidad de ubicar a una persona que no conoce un lugar, se puede proponer la confección de planos de interiores; o también el plano de un espacio exterior limitado, como el de la plaza próxima a la escuela.

En estos casos, para que la confección del plano tenga sentido para los alumnos, habrá que articular esta tarea con otras áreas. Por ejemplo, la construcción del plano de un espacio se puede plantear en el marco de un proyecto ligado a Formación Ética y Ciudadana, como parte de una nota que solicite una modificación de ese espacio público.

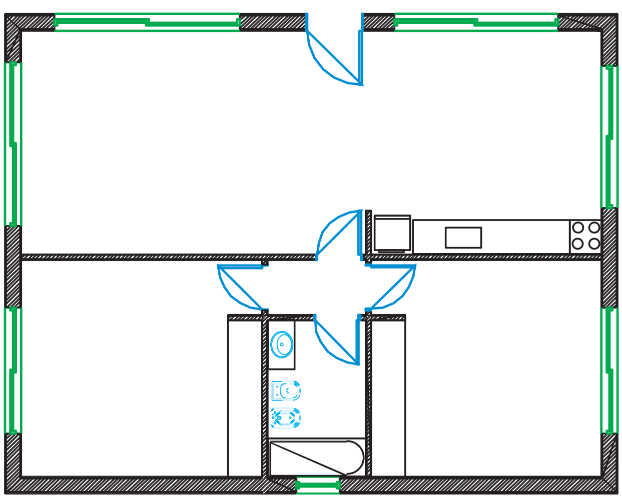
La dificultad con la que suelen enfrentarse los niños al resolver este tipo de problemas es considerar un único punto de vista para representar todos los objetos; para superarla, es necesario que los chicos abstraigan ciertas características de manera que el lector logre interpretar las referencias dadas.

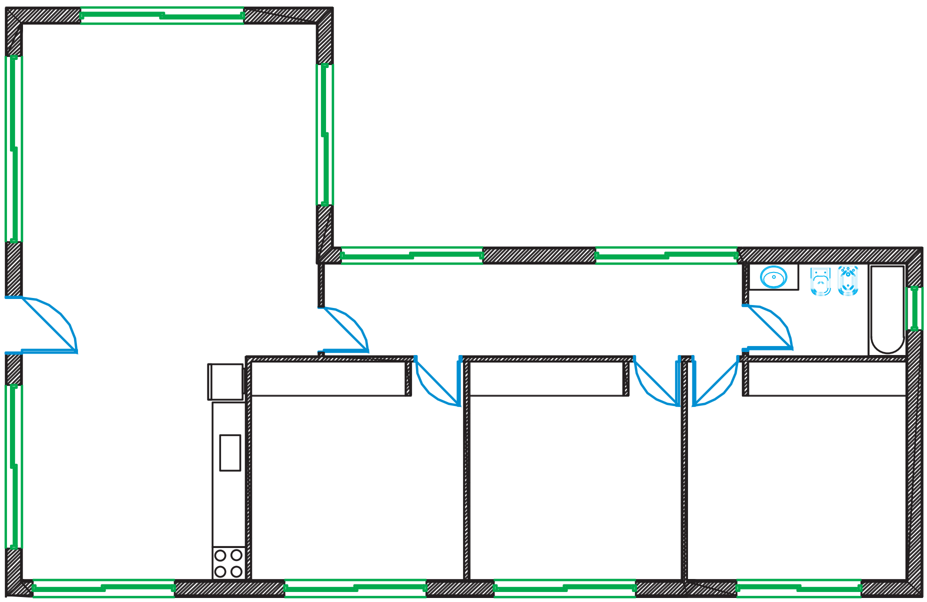
[2] **Recomendación de lectura:** se sugiere consultar las propuestas elaboradas para trabajar las representaciones gráficas de espacios presentados en el apartado "Plantear situaciones para interpretar, describir y representar posiciones y trayectos" del *Cuaderno para el aula: Matemática 2*.

Recordemos, primero, cómo resuelven los niños estas propuestas. En 1er año/grado, utilizan, generalmente, diferentes puntos de vista para representar objetos, por lo que generan una superposición de planos; por ejemplo, dibujan un armario como si lo vieran de frente y una mesa desde arriba. En 2º año/grado, es probable que se presenten las mismas dificultades ya que la superación de la superposición de puntos de vista no es inmediata y requiere de variadas experiencias que les permitan confrontar y mejorar estas cuestiones. En 3er año/grado, volveremos a plantear el sentido de considerar un único punto de vista dada la consigna: ***dibujar todo como si se viera desde arriba.*** Aquí es probable que, a partir de nuestras intervenciones y de la confrontación con los pares, los niños abandonen la superposición de puntos de vista.

Por su parte, para que avancen en la representación de espacios interiores, podemos plantear dos actividades: una para que conozcan los códigos que se utilizan en estos casos y otra para que ellos mismos elaboren un plano.

Para la primera actividad, es necesario contar con planos de casas o departamentos como los que suelen publicarse en diarios, revistas o que aparecen en carteles frente a las obras en construcción. También se puede recurrir a las inmobiliarias, que utilizan planos para vender o alquilar los inmuebles, como los de las siguientes ilustraciones.





Organizando la clase en parejas y proporcionando a cada una dos planos distintos, por ejemplo, como los del modelo, se podrían plantear diferentes consignas.

Una posibilidad es proponer una investigación: *cada pareja ha recibido dos planos de viviendas diferentes; tienen que averiguar cuántas habitaciones tienen, cuántas puertas y ventanas, cuántos baños y dónde se ubica la cocina.*

Otra posibilidad es plantear la siguiente situación: *cada pareja tiene que suponer que son vendedores de una inmobiliaria. Unos clientes les piden una casa con las siguientes características: un comedor, dos dormitorios, una sala para costura (o escritorio), un baño, una cocina y un patio. Busquen entre los dos planos de las casas que tienen para la venta si alguna cumple con los requisitos solicitados.*

Una vez finalizada la tarea preguntaremos, por ejemplo: *¿qué casa tiene más ambientes? ¿Cómo se dieron cuenta dónde está ubicada la cocina? ¿Y el baño? ¿Cómo dibujarían muebles en la casa?*

Para poder resolver las consignas, los chicos deben analizar cuáles son las referencias más importantes. Luego de la comparación de los planos, se podrá armar un cartel con algunas de las convenciones utilizadas en la representación de planos de interiores.

A partir de los conocimientos construidos en la actividad anterior, podremos plantear una nueva situación:

> • Una familia quiere construir una casa. Le piden a un arquitecto que les dibuje un plano. La casa tiene que tener un patio, tres dormitorios, un comedor, una cocina, un baño y un garaje. Dibujá un plano que cumpla el pedido.

Seguramente, los niños demandarán orientación ante las dificultades que se les presenten. Así, por ejemplo, si algunos alumnos consultaran cómo dibujar la cocina o árboles en el patio, es conveniente que solo intervengamos invitándolos a consultar los planos analizados en la clase anterior, que podrán ser tomados como modelos ante los diferentes problemas de representación que se les planteen.

Aunque no es esperable que en este año/grado los alumnos consideren la necesidad de tener en cuenta la variable de la escala al realizar un plano, sí podemos orientarlos para que mantengan algunas relaciones de tamaño. Por ejemplo: *¿es posible que el baño sea más grande que el dormitorio? ¿Qué parte de la pared del frente de la casa quedará ocupada por la puerta de entrada?*

Puede resultar interesante invitar a una persona que tenga una profesión afín con la construcción y/o utilización de planos para revisar las convenciones que encontraron y preguntar por otras. También el especialista podrá explicar a los niños las características de su trabajo.

Para reconocer las figuras y los cuerpos geométricos

La enseñanza de la geometría en el Primer Ciclo apunta no solo a la asociación entre las formas de los objetos y las figuras o cuerpos geométricos como cuando decimos el patio tiene forma cuadrada o la lata de tomate tiene forma de cilindro. Además, es importante proponer a los chicos, tal como se hace en Aritmética al trabajar con números, el estudio de las propiedades de las figuras y los cuerpos, avanzando en el tratamiento de los objetos y el modo de pensar propio de la matemática.

En este sentido, los chicos se iniciarán en el reconocimiento de algunas propiedades de las figuras y de los cuerpos, en las que luego podrán apoyarse para anticipar relaciones aún no conocidas entre sus elementos. Las primeras propiedades suelen aparecer como características de las figuras y de los cuerpos con los que trabajan, es decir, asociadas a sus dibujos, y todavía no con la generalidad de un conjunto de condiciones que determinan esas figuras y esos cuerpos.

A través de las distintas propuestas, buscaremos que los chicos continúen la exploración y reflexión sobre diferentes características de las figuras y los cuerpos iniciada en los años/grados anteriores. Estas situaciones permitirán que los alumnos: comparen estas figuras o cuerpos, las describan e identifiquen entre otras, las construyan y/o las copien. Es esperable que, al resolver estos problemas, los niños se inicien en la conceptualización de las propiedades de diferentes figuras y cuerpos, al tiempo que se van apropiando de un lenguaje adecuado.

En 3er año/grado, además de sistematizar algunas experiencias anteriores, los alumnos también comenzarán a formular explícitamente algunas de las propiedades exploradas, a nombrar con términos adecuados los elementos de las figuras y cuerpos (o formas bidimensionales y tridimensionales), y a perfeccionar sus construcciones en función de las relaciones aprendidas.

En ese sentido, será importante que recordemos que "[...] en geometría, el modo de demostrar la validez de una afirmación no es empírico, sino racional, es decir, a través de argumentos",[3] pero sin perder de vista que aquellas cuestiones ligadas a la construcción de argumentos probatorios de las decisiones tomadas no están, aún, al alcance de nuestros alumnos. Estos límites nos desafían a contextualizar la enseñanza de la geometría a través de situaciones exploratorias y de propuestas en las que los niños tengan que recortar, pegar, sellar, dibujar, construir, etc. Este tipo de actividades les permitirá efectuar algunas explicaciones a partir de la reflexión que es posible promover después de cada una.

Las distintas propuestas exploratorias se pueden efectuar con modelos dibujados para que los niños resuelvan problemas en un medio gráfico con diversidad de soportes (papeles cuadriculados, lisos, rayados); también con cuerpos geométricos de madera y formas en cartón o cartulina, de acuerdo con el problema planteado.

[3] Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires, Dirección de Educación Primaria, Gabinete Pedagógico Curricular, Matemática. Documento Nº 3 (2001).

Plantear situaciones para comparar y describir figuras y cuerpos
Es posible proponer actividades para que los niños logren identificar ciertos cuerpos, los reconozcan dentro de un conjunto de formas tridimensionales a partir de la descripción y de la comparación, atendiendo a sus características. Para esto es necesario que resuelvan una variada cantidad de situaciones que les permitan explorar efectivamente esas características.

Las actividades de la siguiente secuencia favorecen el análisis de los cuerpos ya que se centran en la cantidad y en la forma de las caras de estos. Además, los alumnos necesitarán apelar al uso de la medida para la resolución adecuada del problema.

Secuencia para comparar y describir figuras: “Forrar cajas”

Actividad 1
En el marco de un proyecto que dará sentido a la propuesta –por ejemplo, construir móviles, esculturas o bien maquetas–, se presenta al grupo una variedad de cajas de cartón de diversas formas: prismas con base rectangular o cuadrada y cubos. Se organiza la clase en parejas y se les entrega una caja y papeles de colores. Luego se plantea una consigna orientada a que forren cada cara de la caja con un color diferente y con la condición de cortar el papel sin que sobre ni falte.
Luego de que cada grupo haya forrado una caja, pegando cada recorte sobre la cara correspondiente, se discutirá sobre la manera en que resolvieron la tarea, intentando entre todos extraer algunas conclusiones o “consejos” para tener en cuenta al momento de forrar las cajas que aún no están forradas.

Actividad 2
La actividad se repetirá atendiendo a los consejos que los alumnos redactaron en un cartel o en el cuaderno. En esta segunda actividad, es necesario que las cajas tengan nuevas formas y diversos tamaños, por lo que incluiremos, además de prismas con base rectangular o cuadrada y cubos, prismas con base triangular y cilindros. Las cajas podrían ser los envases de algunos productos, como medicamentos, golosinas, algunos alimentos, objetos de perfumería, lencería, etcétera.

Actividad 3
Se plantea la misma tarea con una caja del tipo de las incluidas en la Actividad 1, ubicada a una distancia significativa de los niños, que puede ser una mesa alejada, un escritorio, la biblioteca, etc. La caja seleccionada deberá cumplir

con la siguiente condición: tener mayores dimensiones que las cajas con las que vinieron trabajando hasta el momento.
Para resolver esta nueva propuesta, la clase estará organizada en grupos de 4 niños. Todas las veces que el grupo así lo requiera, uno de sus integrantes será el encargado de acercarse a la caja para buscar la información necesaria para resolver adecuadamente la tarea. Luego de discutir cómo realizarla, los niños cortarán los papeles. Cada grupo verificará el resultado de sus decisiones al superponer su papel con el cuerpo dado.

En las dos primeras actividades de este recorrido, los niños y las niñas tenderán a resolver la situación propuesta superponiendo las caras del cuerpo con el papel, es decir, tomando un "molde" de cada cara. Pueden tener algunas dificultades al recortar la figura, ya que, al superponer la figura con la cara del cuerpo, les faltará o sobrará algo de papel. En general, cuando los alumnos evalúan que la actividad no fue bien resuelta, comienzan nuevamente con cada cara sin establecer relaciones con las realizadas antes. De esta manera, rehacen la tarea sin reflexionar sobre las causas que los condujeron al error. Por ello es conveniente que, en el inicio de la actividad, los docentes les otorguemos el tiempo necesario para que exploren y tomen sus propias decisiones. En un segundo momento, es importante que organicemos intercambios para analizar y evaluar las distintas resoluciones que los chicos adoptan. A partir del intercambio, buscaremos reunir las resoluciones tomadas y escribir en un cartel los "consejos útiles" que dan los niños. Este afiche puede quedar en el aula y se recomendará tenerlo presente en cada nuevo intento.

En la última actividad, los grupos generalmente miran el cuerpo y recortan el papel en función de una forma global de la cara sin tener en cuenta sus medidas; luego, al compararlas con las caras del cuerpo dado, recortan el papel restante o bien reinician sus acciones porque las caras no han quedado totalmente cubiertas. En ocasiones, algunos niños proponen medir y piden reglas, pero no saben bien qué medir. En este caso, el desafío que enfrentan apunta a dos cuestiones diferentes: por un lado, saber cuál es la forma que permite cubrir cada cara y, por otro, su tamaño.
La decisión de colocar el objeto en un lugar alejado impide que recurran a la comparación directa, es decir, a la superposición de la cara del cuerpo con el papel (como en las actividades anteriores). Es conveniente que nuestras intervenciones apunten, en lo posible, a promover la utilización de instrumentos de medida, sean estos convencionales o no. Aun con la posibilidad real de equivocarse, es muy importante que permitamos que sean los mismos niños quienes prueben y descubran qué es necesario medir y con qué instrumento.

Puede incluso plantearse una cuarta actividad destinada específicamente a analizar qué se debe medir cuando las caras no son todas cuadradas o rectangulares; ofreciendo los cuerpos con caras triangulares, por ejemplo, los prismas incluidos en la segunda actividad, reglas, escuadras y papeles blancos para que los niños exploren las caras de los cuerpos en función de la siguiente consigna: *hoy van a ver cómo pueden utilizarse las reglas y las escuadras para forrar las caras de los cuerpos cuando no los tenemos cerca; les daré tiempo para que discutan y prueben, y luego, entre todos, confeccionaremos un nuevo cartel con consejos.*

Si lo consideramos conveniente, se los podrá orientar con preguntas y consignas como las siguientes: *¿dónde apoyar la regla o la escuadra? Si quieren, pueden marcar la regla o la escuadra para reproducir la cara en el papel. ¿Necesitan otro tipo de papel, por ejemplo, cuadriculado?,* etcétera.

La complejidad de la secuencia está dada tanto por la posibilidad de superponer o la necesidad de medir, como por las formas de las caras de los cuerpos, siendo más sencillos de abordar los que tienen ángulos rectos.

Otra actividad que permite a los niños poner en juego el análisis de las características de los cuerpos[4] es que construyan el esqueleto de prismas o pirámides dadas. Para ello, pueden utilizar sorbetes o varillas de madera o de plástico de dos longitudes diferentes y pedacitos de plastilina. El cuerpo del que se debe construir el esqueleto se confecciona con cartulina. La clase se organiza en parejas y cada una de ellas deberá solicitar a otra pareja de niños (oralmente en las primeras clases y luego por escrito) la cantidad de varillas largas y cortas necesarias para armar el esqueleto del cuerpo y la cantidad de bolitas de plastilina necesarias para unir esas varillas. Para verificar si pidieron las cantidades de varillas y bolitas adecuadas, se podría proponer a los alumnos que armen el esqueleto del cuerpo, y si fuera necesario que lo cubran con tela o papel. Con esta propuesta, se apunta a que reflexionen sobre la longitud y la cantidad de aristas; también sobre la cantidad de vértices que presenta el cuerpo en cuestión.

[4] Extraída de Claudia Broitman y Horacio Itzcovich (2002), *El estudio de las figures y de los cuerpos geométricos.*

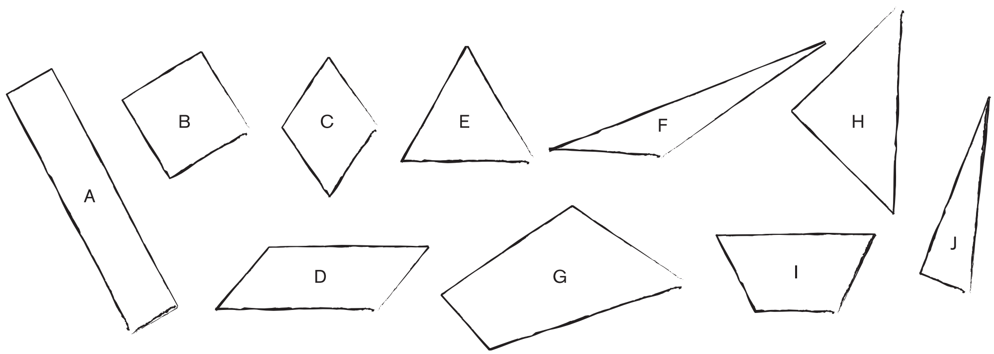
En las actividades anteriores se buscó favorecer el análisis de las características de los cuerpos sin necesidad de que los alumnos nombrasen adecuadamente los cuerpos y sus elementos, ni las formas geométricas abordadas. Sin embargo, es importante que, como docentes, nombremos adecuadamente estas formas y sus elementos para ir familiarizando a los niños con esta terminología.

Si el docente quisiera intencionalmente introducir estos aspectos, es conveniente pensar alguna situación que genere la necesidad de formularlos explícitamente. Por ejemplo, se podría retomar el juego planteado en el *Cuaderno para el aula: Matemática 2*, "Descubrir cuál es", en el que los alumnos, organizados en grupos, deben descubrir cuál es el cuerpo elegido a través de preguntas que se responden por "sí" o por "no". Si bien el juego es repetido, los nuevos conocimientos adquiridos favorecerán el avance en el tipo de preguntas que los alumnos realicen. Para facilitar que ellos comiencen a reflexionar sobre cuáles son las preguntas más efectivas para obtener información, podemos limitar la cantidad de preguntas que se pueden realizar para adivinar cuál es el cuerpo.

Si los niños realizan esta actividad en pequeños grupos, es conveniente recorrer la clase observando y registrando el tipo de interrogantes que plantean. La observación y el registro nos permitirán conocer cómo nombran los cuerpos, cómo los describen y qué problemas tienen, lo que orientará en el futuro la presentación que hagamos de los términos nuevos. Luego, entre todos, se podrán construir un glosario y carteles que permitan a toda la clase recordar el vocabulario con el que están trabajando, material que también puede quedar registrado en los cuadernos.

Para favorecer en los chicos la descripción y la comparación de figuras, así como para introducirlos en la formulación de criterios de clasificación, se pueden plantear actividades que permitan analizarlas según las características semejantes y diferentes.

Por ejemplo, podemos dar a cada chico una hoja como la siguiente que presenta diez cuadriláteros y triángulos diferentes que podrán indicarse con letras distintas.

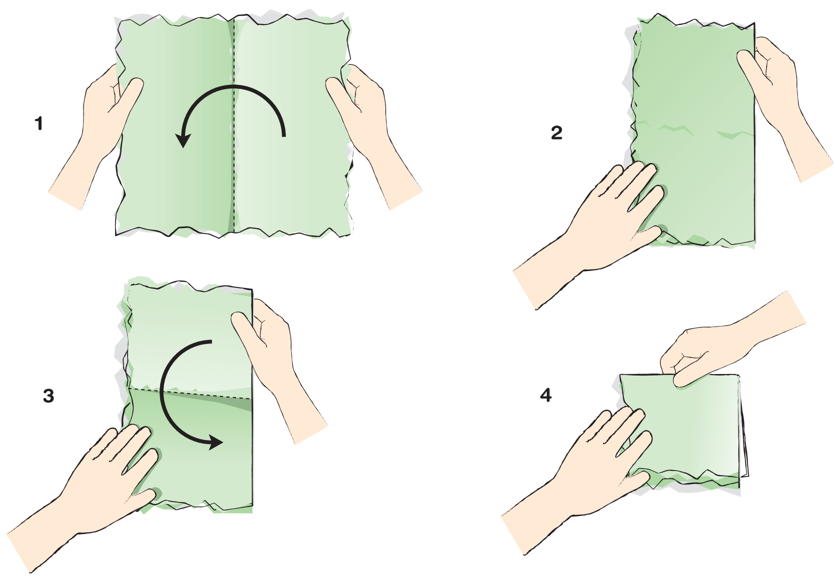


A partir de una consigna como: *elijan un par de figuras e indiquen en qué se parecen,* cada chico pueden armar el par de acuerdo con distintas condiciones:

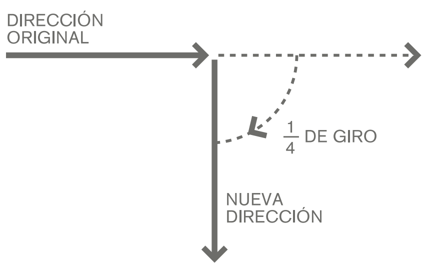
- Número de lados *(las dos figuras tienen tres lados* o *las dos figuras tienen cuatro lados).*
- Relaciones entre los lados, como tener igual medida *(las dos figuras tienen todos los lados iguales)* o ser perpendiculares *(las dos figuras tienen un par de lados perpendiculares).*
- El tipo de ángulos *(las dos figuras tiene un ángulo recto* o *las dos figuras tienen los cuatro ángulos rectos).*

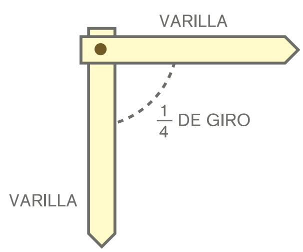
A continuación, le pediremos a un alumno que indique qué par de figuras armó y en qué se parecen. En ese momento, todos los chicos que eligieron el mismo par tendrán que indicar qué tuvieron en cuenta. Si ningún otro alumno eligió el mismo par, se podrá preguntar, para que piensen en ese momento, qué más tienen en común. De esta manera, describirán cada figura por más de una característica.

Resaltaremos la importancia de considerar los ángulos en la exploración de las características de los cuadriláteros y triángulos. Por ejemplo, un rectángulo no se determina solo por tener sus pares de lados opuestos de igual longitud o sus diagonales de igual medida (lo que hace que un cuadrado sea un tipo particular de rectángulo), sino que también se define por tener 4 ángulos rectos, lo que equivale a decir que sus lados son perpendiculares. Esta propiedad será insoslayable para definir y clasificar cuadriláteros en años posteriores; en consecuencia, es conveniente que apuntemos a que los ángulos también formen parte de la exploración. Sin embargo, no será necesaria la medición a través de un transportador: con la escuadra será suficiente. Este instrumento alcanzará para saber si los ángulos son rectos, mayores o menores que un recto. Otra opción para medir los ángulos es construir una "escuadra casera" haciendo dos dobleces en un papel: doblando primero de cualquier modo para marcar una línea y luego haciendo coincidir los bordes indicados, tal como se ve en el esquema siguiente.



También pueden trabajar la exploración de los giros producidos al cambiar de dirección en la marcha, pues entre ambas direcciones, la original y la nueva, queda determinado un ángulo que puede compararse con $\frac{1}{2}$ giro, $\frac{1}{4}$ de giro, más de $\frac{3}{4}$ de giro, etc. Posteriormente, es posible investigar con varillas (si no se consiguen, se pueden construir con dos tiras de cartón unidas por un broche mariposa) que se puedan abrir y cerrar (ángulos mayores y menores a un recto), de manera de avanzar en la construcción del concepto de ángulo vinculado con giros. Es importante destacar que la amplitud del giro no se modifica al cambiar la longitud de las varillas.





Esperamos que todas las actividades que resuelvan los niños apunten no solo a una exploración práctica de las características de cuerpos y figuras, sino que les permitan también arribar a nuevas conclusiones a partir de la reflexión sobre los resultados de esas exploraciones. Así, por ejemplo, algunos niños podrán afirmar que *un cuadrado se puede formar con dos triángulos rectángulos iguales* porque ofrecimos la oportunidad de construir cuadrados a partir de triángulos; o bien, que *dos cuadrados iguales juntos forman un rectángulo* porque sellaron con las caras de un prisma de base cuadrada una “silueta” rectangular, etc., apoyando la validez de sus afirmaciones sobre las características de las figuras que hallaron empíricamente. En este sentido, habrá que ofrecer diversas instancias de reflexión, de confrontación de resoluciones y de discusión de los hallazgos.

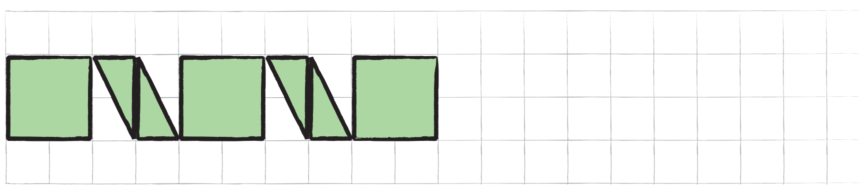
Plantear situaciones para construir y copiar formas

Para continuar con la identificación de las características de las figuras geométricas, se pueden proponer actividades para completar guardas o frisos. En ellas, los alumnos deberán atender, por un lado, la composición general del motivo base: cuáles son las figuras que lo forman, su tamaño y, además, cómo se relacionan entre sí, es decir, su ubicación relativa. También en estas actividades es importante trabajar con un universo variado de figuras (cóncavas y convexas, de bordes rectos y curvos, etc.), para favorecer el análisis de sus características.

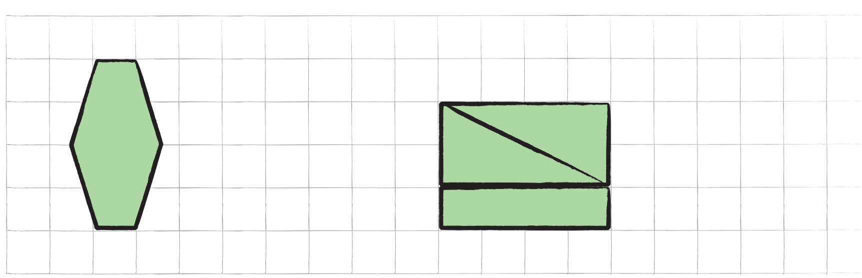
Al proponer la reproducción de figuras sobre diferentes papeles (lisos, cuadriculados, sobre una base de triángulos, punteados), se favorecerá que los chicos atiendan las distintas propiedades de las mismas.

Por ejemplo, la reproducción de cuadrados y rectángulos sobre papel cuadriculado permite que en su construcción se atienda la congruencia o no de lados y las relaciones de paralelismo o perpendicularidad, sin que la construcción de los ángulos rectos aparezca como una necesidad. Veamos algunos ejemplos.

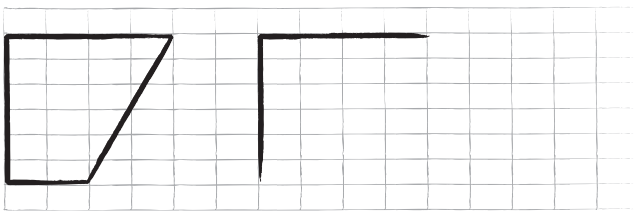
- Continuá la siguiente guarda.



- Reproducí los siguientes modelos al lado de los dibujados.



• Continuá dibujando la figura de la derecha para lograr la misma forma que el modelo.

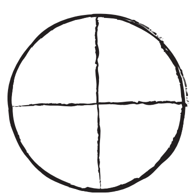


Si incluimos algunas propuestas de copia para realizar en hoja lisa, se deberá asegurar la congruencia a través de la medición de los segmentos con regla. Habrá que considerar también la posibilidad de comparar los ángulos con una escuadra o con un par de varillas articuladas.

• Completá la figura de la izquierda para obtener la forma de la derecha.

O bien, si se incluye una circunferencia en la figura, surgirá como necesario el uso del compás.[5]

• Copiá esta figura en la hoja de calcar de manera que, al superponerla, no se observen diferencias. ¿Qué instrumentos vas a necesitar?



[5] **Recomendación de lectura:** en el Documento N° 3 (2001) *Matemática, op. cit.*, se describe la propuesta realizada a un grupo de 3er año y se adjunta la descripción de los procedimientos de los alumnos.

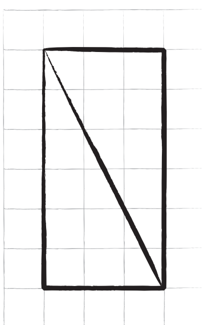
En todos los casos, la reproducción de figuras implica un uso cada vez más preciso y selectivo de los instrumentos de geometría. No será necesario que, previo a la resolución de este tipo de problemas, enseñemos cómo se usa cada instrumento. En la medida en que reiteremos con frecuencia este tipo de actividades, los niños aprenden a utilizar la regla para trazar rectas, la escuadra para ángulos rectos y el compás para círculos o figuras con lados curvos.

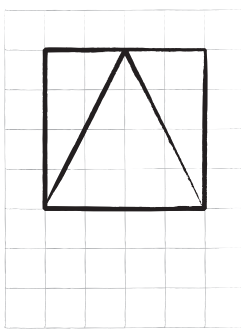
Las actividades para describir y construir figuras se pueden proponer como situaciones de comunicación en las que un grupo elabora un mensaje y otro lo interpreta. El primer grupo escribe un instructivo para construir una figura, y el segundo grupo la construye.

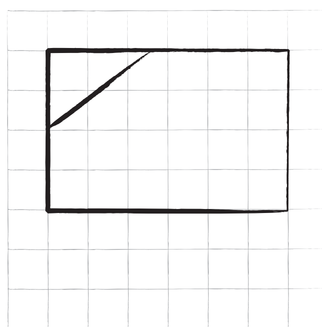
Para elaborar el mensaje, los niños podrán tener en cuenta distintos elementos, como el número de lados o vértices, la igualdad –congruencia– de los lados, si son curvos o rectos, si los ángulos son rectos o menores o mayores que el recto.

Es importante pensar con detenimiento el tipo de figuras que presentaremos ya que deben ser simples, para que, al dar las indicaciones a quienes deben construirla, los chicos puedan nombrar con claridad sus características, y a la vez, les permita profundizar el análisis de las mismas.

"¿Cómo es?": elaborar instrucciones para construir figuras
Organización de la clase: se divide a la clase en grupos de 4 niños.
Materiales: se le entrega a cada grupo una figura distinta dibujada en papel cuadriculado. Algunos ejemplos de figuras son los que siguen.







Desarrollo: cada grupo elabora un mensaje para que otro pueda después construir la figura, teniendo en cuenta que cuando se superpongan, deben ser coincidentes, es decir, idénticas.
Luego, intercambian los mensajes y cada grupo construye una figura según las instrucciones que allí aparezcan.

El formato de instructivo se supone conocido por los chicos por haberlo trabajado en la interpretación de recetas de cocina, indicaciones para jugar un juego de mesa u otros.

Luego de terminadas ambas tareas, para verificar que las figuras sean coincidentes, se pueden superponer las hojas sobre el vidrio de una ventana que permita observar a trasluz. Al término de la verificación, plantearemos un intercambio entre pares en el que se explicitarán los logros y las dificultades encontradas, tanto en la interpretación de las indicaciones como en la reproducción de la figura.

Para la escritura de los mensajes de las figuras elegidas, los chicos podrán considerar, además de los elementos ya mencionados, los puntos medios, y también tendrán que establecer relaciones entre ellos. Por ejemplo, para trazar la diagonal del rectángulo dibujado en primer término, tendrán que considerar cuál es la posición de los vértices (que son sus extremos).

En cada debate, se sugiere poner énfasis en resaltar cómo los niños resolvieron las cuestiones planteadas, así como en el análisis de los errores, como forma de favorecer el avance de los procedimientos. Además, habrá que considerar de manera particular las diferencias en la superposición de las figuras generadas por la falta de precisión en el uso de la regla y la escuadra. En este sentido, el foco del análisis estará en diferenciar los errores producidos por un uso poco experto de los instrumentos de aquellos debidos al tipo de información que se incluye en el mensaje. No habrá que preocuparse si los primeros dibujos resultan muy poco adecuados, ya que se podría incluso hacer un interesante análisis si se reflexiona sobre el proceso de construcción y los datos que se tuvieron en cuenta para realizarlo.

En una clase posterior, podemos copiar en el pizarrón alguno de los mensajes que provocaron más dificultades para la reproducción o un texto redactado por nosotros que evidencie algunas de las dificultades más discutidas. Les pediremos a los chicos que dibujen la figura de manera individual. Una vez finalizada la tarea, se podrán comparar las producciones y, a partir de la discusión que se genere, proponer la modificación del mensaje en forma conjunta. Para esto, con el aporte de todos los niños, se podrán sacar las indicaciones sobrantes o que no fueron necesarias, y se modificarán las que resultaron poco precisas.

En cambio, si cuando los alumnos dibujaron la figura aparecieran dos interpretaciones marcadamente diferentes del mensaje, otra opción interesante consistirá en pedirles a algunos grupos que modifiquen el texto original para que resulte una de las figuras, y a otros, que lo hagan para que se forme la otra figura.

Una alternativa para continuar es que los chicos realicen la misma actividad con otras figuras similares, así pueden mejorar sus mensajes a partir de implementar algunas de las conclusiones a las que arribaron antes. Otra opción es que los alumnos redacten el mensaje en forma individual o que analicen el "de otro niño" propuesto por el maestro y que incluye un error.

Estas actividades se pueden variar trabajando con papel liso y con diferentes tipos de figuras, de acuerdo con los contenidos que decidamos abordar. Por ejemplo, al proponer la actividad "Cómo es" para las mismas figuras dibujadas anteriormente con papel liso, tendrán que utilizar la escuadra para dibujar los ángulos rectos que ya no vienen dados por la cuadrícula y medir las longitudes de uno o dos lados con regla –o con la abertura del compás– pues no pueden contar cuadraditos.

Para diferenciar las magnitudes y medir

En relación con la medida, una primera cuestión a considerar en el Primer Ciclo y que se viene trabajando desde 1er año/grado es la diferenciación entre los objetos y entre aquellos atributos de estos que se pueden medir, y que denominamos magnitudes. Por ejemplo, de una lata de tomate es posible medir, entre otros, su peso, la longitud de su altura, la longitud de la circunferencia de su tapa, su capacidad.

Para saber entre dos objetos cuál mide más de una cierta magnitud, en ocasiones es posible realizar una comparación directa, por ejemplo, al comparar la longitud del paso de dos personas que están próximas. Si, en cambio, están en lugares distantes, la manera de comparar tendrá que ser indirecta, es decir, comparando con otra longitud que sea común a ambas mediciones. En este caso, se suelen utilizar unidades de medida convencionales.

Plantear situaciones para comparar y medir longitudes, pesos y capacidades

Es necesario presentar algunos problemas que les permitan a los niños construir el sentido de realizar mediciones de pesos, longitudes o capacidades en diversos contextos. Por ejemplo, el trabajo de médicos, carpinteros, modistas y vidrieros incluye prácticas de medición de estas magnitudes, y aporta contextos de uso social de las medidas que permiten plantear problemas con sentido. Ofreceremos también situaciones en las que los niños tengan la necesidad de apelar a un instrumento de medición y evaluar, de acuerdo con la situación planteada, si utilizarán unidades de medida convencionales o no. Por ejemplo, algunas recetas de cocina traen las cantidades de ingredientes expresadas en tazas, vasos o cucharadas, que son unidades no convencionales.

La práctica efectiva de la medición es necesaria para comprender los diferentes aspectos ligados a la medida. En principio, se deberá reconocer que la medición implica una comparación de dos cantidades –la que se desea medir y la unidad–; luego habrá que determinar qué unidad elegir, cómo medir, con qué instrumento y cómo escribir la medida. Es aconsejable que el error de medición sea objeto de constante análisis ya que se trata de un aspecto inherente a la medida, es decir, ninguna medición es exacta sino que puede ser más o menos precisa.

Es conveniente que las actividades que propongamos permitan una primera aproximación a algunas equivalencias entre unidades del sistema métrico como 1m = 100 cm, descartando la excesiva formalización y los ejercicios descontextualizados.

En síntesis, al trabajar estos contenidos, los niños compararán objetos por sus pesos, longitudes y capacidades. Evaluarán la conveniencia de utilizar unidades de medida convencionales o no de acuerdo con el problema planteado; analizarán los instrumentos de medición y su relación con los objetos medidos, y centraremos su atención en las relaciones –a veces proporcionales– que se hagan visibles, por ejemplo, la relación entre el valor de 5 litros y 10 litros.

Es probable que en el ámbito en el que se encuentre la escuela se realicen habitualmente algunas prácticas de medición que nos permitan contextualizar los contenidos de la medida, por ejemplo, en un proyecto destinado a trabajar ciertos saberes de las Ciencias Sociales y Naturales. Por ejemplo, los niños podrán tener la oportunidad de observar, registrar dibujando, formular preguntas y registrar las respuestas para averiguar cómo se determina el peso de una cosecha y cómo se fragmenta para la venta; la estimación del peso de una mercadería para trasladarla en lanchas o camiones, el peso de los animales de granja o de la fruta para la venta local, etcétera.

Es posible plantear también problemas sobre la utilidad o no de apelar a un intermediario para medir y, como consecuencia, a la necesidad del uso de instrumentos de medición. Si se tratara de saber cuál de dos chicos presentes en el aula es el más alto, no es necesario un intermediario: basta pararlos en un mismo nivel. En cambio, si la misma pregunta se plantea para dos personas no presentes, es necesario medir a cada una.

También podremos proponer a los alumnos que averigüen *cuánto crecerá cada uno en los siguientes tres meses*. Para resolver esta consigna, es necesario medir la altura de cada alumno, registrar la fecha en que se realizó la medición, anotar la medida y luego compararla con la de los siguientes tres meses. Se deberá hacer hincapié en la diferencia entre la altura inicial y la que se registra al término del tiempo estipulado. Para definir esta situación, el uso de un instrumento de medición es importante ya que permitirá unificar la unidad con la que se medirá a cada niño.

En otras ocasiones, los chicos podrán resolver problemas de medición a través de la estimación. Muchas profesiones u oficios apelan más a la estimación que al uso de una unidad que les permita medir en forma exacta. Por ello, la práctica de la estimación es otro aspecto que podremos favorecer con propuestas como la siguiente.

- Un pintor calcula que necesitará 10 litros de pintura roja y 4 de pintura amarilla para pintar la pared del frente de un negocio según el color pedido por el dueño. Otro pintor dice que necesitará 12 litros de pintura roja y 8 de amarilla para pintar la misma pared. ¿Es posible que ambos tengan razón? ¿Cómo resolverías vos la situación? ¿Cómo podés verificar quién tiene razón?

- Un montacarga o ascensor permite transportar 500 kg como máximo. ¿Cuántas personas adultas creés que podrán subir en esos ascensores? ¿Cuántos niños como vos? ¿Cuántos adultos y niños juntos?

En este último problema, el dato del peso de adultos y niños no se da, por lo cual deberá asignarse un peso aproximado y generalizar a través del redondeo.

Para poder plantear problemas en los que la estimación y la aproximación jueguen un papel importante, será conveniente favorecer la construcción de un conjunto de "referentes" que les permita realizar esas estimaciones. Para ello, es necesario que los alumnos exploren y midan las longitudes, capacidades y pesos de ciertos objetos de uso frecuente para luego tomarlos como dato de referencia. Por ejemplo, el alto de una puerta, la capacidad de una botella, la longitud de un paso, el ancho de una mano, su peso, la cantidad de manzanas o naranjas que puede contener un kilo, etcétera.

En otras ocasiones, realizarán mediciones concretas para responder a diversas situaciones; algunas de estas involucrarán, además, el uso de las primeras expresiones fraccionarias, lo que favorecerá la construcción de sentido para dichos números. Por ejemplo:

- Con una botella de 1 litro es posible llenar 4 vasos iguales. ¿Cuánto contiene cada vaso? ¿Cuántos vasos iguales se llenan con una botella de 1 y $\frac{1}{2}$ litro?
- Malena tomó durante la mañana 3 vasos de $\frac{1}{4}$ litro de jugo y Luis 2 botellitas de $\frac{1}{2}$ litro. ¿Quién tomó más?

También podrán comparar las capacidades de distinto tipo de envases, con una capacidad aparentemente similar y con formas variadas. Para ello, se presentarán no menos de 5 ejemplos. Inicialmente, podremos plantear que ordenen los recipientes del que tiene mayor al que tiene menor capacidad, estimando sus medidas. Luego, los alumnos verificarán si el ordenamiento es correcto, apelando a la comparación directa entre los recipientes o bien al uso de un intermediario para la verificación. Las experiencias se pueden realizar en grupo y trabajar con agua o con arena.

Aquí no solo interesa establecer equivalencias entre recipientes de la misma capacidad y distinta forma, sino también explicitar los resultados de las mediciones usando fracciones de la unidad.

En el caso de medir longitudes, podrán realizar mediciones efectivas en situaciones como las siguientes.

- Construí, a partir de este segmento, un rectángulo que tenga 20 cm de contorno.

- Para adornar el salón de actos vamos a hacer una guirnalda de banderines de 20 cm de ancho. ¿Cuántos banderines necesitaremos?

Tanto las situaciones de medición efectiva como las que se pueden resolver con estimaciones deberán contemplar al error como aspecto propio de la medida. Por ejemplo, en el caso del pintor, el error necesita considerarse para la compra de la pintura, de modo que alcance y no haya que volver a comprar. Lo mismo ocurre cuando los niños tienen que medir la pared del salón de actos donde se pone la guirnalda para resolver el problema de los banderines: seguramente, el error de medición hará que se obtengan pequeñas diferencias entre los valores obtenidos por diferentes niños que se explicarán como algo inherente a toda medición.

Además de los aspectos ya abordados, es importante que los alumnos conozcan las unidades convencionales que se utilizan para medir longitudes, pesos y capacidades en su entorno cotidiano, y expresen cantidades utilizando m, $\frac{1}{2}$ m, $\frac{1}{4}$ m, cm, mm; l, $\frac{1}{2}$ l, $\frac{1}{4}$ l; kg, $\frac{1}{2}$ kg, $\frac{1}{4}$ kg.

Algunas de estas propuestas pueden relacionarse con proyectos conjuntos con otras áreas como, por ejemplo, la confección de un recetario de comidas tradicionales de la zona para vender en un puesto de comidas en una feria artesanal. En este proyecto, realizarán comidas o investigarán recetas familiares y luego escribirán el instructivo, para lo cual necesitarán apelar a unidades de medida que permitan comunicar la receta. En este sentido, pueden usar unidades no convencionales como tazas, media cucharadita, etc., o bien, medio litro de leche; medio kilo de harina, 250 gramos de manteca, etcétera.

Es interesante visitar algún lugar en el que se utilicen diversos modos de medición, por ejemplo, los corralones o grandes almacenes de productos para la construcción suelen utilizar instrumentos de medida tanto de peso como de longitud para medir varillas, maderas, arena, cemento, etcétera.

También se recomienda desarrollar las actividades correspondientes a este Eje articulándolas con las de “Número y Operaciones”. Por ejemplo, para resolver problemas multiplicativos del tipo de los siguientes.

- Las bolsas de batatas pesan 40 kilos o 25 kilos; ¿cuántas bolsas se necesitan para comprar 200 kilos?

- Si un kilo de aceitunas sueltas cuesta $ 5, ¿cuánto cuestan 2 kilos? ¿Y medio? ¿Y 1 kilo y medio?

- Una familia consume $\frac{1}{2}$ litro de querosén por día para hacer funcionar un “sol de noche”. ¿Cuánto tienen que comprar para una semana? ¿Y para un mes? Generalmente, el recipiente que utilizan para comprar contiene 5 litros. ¿Para cuántos días les sirve?

Del mismo modo que se ha planteado antes, los niños resolverán estos problemas de diversas maneras: algunos dibujarán, otros usarán números pero no plantearán operaciones y otros harán cálculos. Todos deberán responder la pregunta formulada. Por lo tanto, es muy importante valorizar cada procedimiento para que los alumnos comparen los distintos modos de resolver y las respectivas formulaciones. Como se podrá observar, los niños resolverán estos problemas apelando a sus ideas intuitivas para operar con fracciones y no esperaremos hasta que aprendan a sumar fracciones para proponer este tipo de problemas.

Plantear situaciones para ubicarse en el tiempo y determinar duraciones

En relación con las medidas de tiempo, el trabajo con el calendario como instrumento en el que están registrados los días y meses del año se puede complejizar respecto de lo realizado el año/grado anterior. Así, observarán la diferencia entre las fechas de un año a otro, planificarán por anticipado algún evento, fecharán el momento en que realizarán una salida, etc. Buscarán, por ejemplo, el día de la semana del cumpleaños de cada niño, el 25 de Mayo o el 31 de diciembre; se contarán los días de clase de un mes descartando los feriados y los fines de semana; se estipularán fechas para la entrega de algún trabajo que luego deberán recordar o controlar el tiempo que pasa. También podrán verificar qué día cae la fecha de vencimiento de algunos productos, medicamentos, etc., cuando estén trabajando un proyecto que involucre esta tarea, por ejemplo, en el área de Ciencias Naturales.

Iniciaremos así también el estudio sistemático de algunas de las equivalencias más utilizadas en situaciones familiares para los alumnos. Por ejemplo:

- Un niño debe tomar un remedio cada 6 horas. ¿Cuántos toma en un día? ¿Y en una semana? ¿Y si lo tomara cada 8 horas?

Los niños empezarán a leer algunos relojes (de agujas, cronómetros, digitales, etc.) y a expresar cantidades de tiempo en situaciones tales como al determinar:

- Son las 15 y 30 de la tarde. ¿Cuánto falta para que pase el próximo micro a la ciudad, si el último pasó a las 14 y pasa cada 2 horas?

- Un tren pasa todos los días a las 13 horas; si lleva un retraso de 3 horas, ¿a qué hora pasará hoy?

También se incluirán situaciones que involucren la interpretación de diferentes formas de expresar tanto las horas (14 horas o 2 p.m.) como los minutos ($\frac{1}{2}$ hora, 30 minutos, .30). Asimismo, será interesante incluir problemas en los cuales haya que ordenar fechas o momentos del día, el cálculo de duraciones y la lectura de la hora en diferentes tipos de relojes. Estos problemas se podrán referir a actividades cotidianas, datos históricos, etc., y la información podrá tomarse de portadores habituales, como carteleras de espectáculos, agendas, carteles con horarios de funcionamiento o atención de algún comercio, consultorio, etcétera.[6]

[6] **Recomendación de lectura:** otras actividades de iniciación en la medida pueden encontrarse en A. Bressan (1997), *La medida, un cambio de enfoque*.

EN DIÁLOGO
SIEMPRE ABIERTO

Las propuestas y la realidad del aula

Para ampliar el repertorio y recrear las actividades

Al desarrollar el enfoque para trabajar en la clase de Matemática, hemos insistido en las elecciones que debemos realizar respecto de los tipos de problemas, sus modos de presentación y su secuenciación. También hemos señalado que la gestión de la clase será determinante respecto del sentido que los alumnos construyen sobre las nociones matemáticas, tanto por las interacciones que el docente promueva entre los alumnos y con las situaciones como por sus propias intervenciones a lo largo del proceso de enseñanza.

Por otra parte, hemos planteado que es necesario incorporar, más allá de la resolución de problemas, otras actividades, pues aquella no debiera ser el único tipo de práctica matemática que funcione en el aula, ya que es fundamental que las clases incluyan instancias de reflexión sobre lo que se ha realizado. En estas instancias, podrán plantearse, por ejemplo, actividades de comparación de problemas realizados con la suma, o de comparación de diferentes estrategias para resolver un cálculo, algunas, acertadas y otras, no.

Para comparar problemas, es posible revisar lo trabajado en el cuaderno durante una semana y señalar todos los problemas que se resolvieron con sumas para comparar los enunciados, encontrar semejanzas y diferencias y pensar nuevos enunciados de problemas que podrían resolverse con esa operación.

Si un problema resultó complejo, puede ser conveniente volver a discutirlo, buscar otras formas de resolverlo e intentar precisar por qué resultó difícil.

En el caso de querer comparar estrategias de cálculo, se puede recuperar el repertorio de sumas cuyo resultado ya se ha obtenido y registrarlo a modo de síntesis en un afiche que se cuelgue en el aula para luego utilizar esos resultados como ayuda para resolver otros cálculos. Entre ellos, se podrá señalar cuáles son los que ya se conocen de memoria y cada chico podría ir armando una tarjeta con todos los cálculos que él sabe y, de este modo, tomar conciencia de su progreso.

Asimismo, en este apartado queremos avanzar sobre actividades que forman parte de la tradición escolar: las tareas para el hogar. Estas tareas, pensadas para que el alumno las desarrolle fuera de la escuela, renuevan su sentido en relación con los aprendizajes prioritarios y con el necesario tiempo de apropiación individual de los conocimientos trabajados en clase.

El estudio fuera de la clase requiere, de parte del alumno, un trabajo personal que se apoye en el deseo de progresar en sus conocimientos matemáticos, y de parte del docente, en el diseño de las tareas y su posterior recuperación en la clase, otorgándoles un sentido dentro del proyecto de enseñanza.

La realidad compleja con la que hoy interactúa la escuela contiene factores que pueden hacer difícil llevar adelante el estudio. Sin embargo, aun en este escenario, es posible plantear alguna actividad desafiante para resolver fuera del aula y luego discutir en clase los diferentes caminos que los chicos encontraron para responder la cuestión planteada. En este sentido, es imprescindible asegurarse de que todos hayan comprendido cuál es el desafío que se propone para evitar la creación de un obstáculo excesivo para el niño o para los adultos que lo acompañan cuando realiza sus tareas en la casa y que podrían intervenir en una dirección distinta de la que pretende el docente. Habrá que ser muy claro para distinguir si la tarea debe hacerse sin o con ayuda y, en este último caso, precisar cuál es la ayuda que se espera. En el caso de tener alumnos que no dispongan de alguien que los ayude o acompañe, sería deseable promover la organización de un espacio a cargo, por ejemplo, de algún estudiante del profesorado que pueda asistir en el contraturno.

Las actividades que se pueden plantear para realizar fuera de la clase también podrán ser de distinto tipo. Por ejemplo, se podría seleccionar un conjunto de cuentas ya resueltas y pedir la comparación de los números que intervienen en los cálculos y los resultados para analizar semejanzas y diferencias y advertir regularidades. O, también, proponer juegos de cartas y dados en los que intervengan los números con los que se ha trabajado y que den lugar a la práctica del cálculo mental.

En cualquier caso, recuperar lo producido fuera de la escuela supone mucho más que “corregir” la tarea: se trata, en cambio, de organizar una nueva actividad diseñada de modo que tome como punto de partida lo realizado fuera de la clase. Esto permite que el alumno valore el tiempo que dedica para su estudio individual como una instancia más de su proceso de aprendizaje.

Para construir espacios de debate

En todas las actividades, resulta importante prestar particular atención a aquellas intervenciones en clase que realizamos frecuentemente o con cierta sistematización dado que van marcando qué es, para los alumnos, hacer matemática.

En este sentido, es posible preguntarse cómo administramos los momentos de trabajo colectivo y cómo aparece nuestra palabra en la clase.

El estilo más frecuente es asociarla al control de lo realizado en términos de evaluación por lo correcto e incorrecto. Si es así, aun cuando solicitemos que se expongan los resultados y procedimientos utilizados para resolver un problema dado en clase o de tarea y se haga una lista de ellos en el pizarrón, queda depositado solo en el maestro dar o no por válido lo que los alumnos hicieron. Cuando esto ocurre, es frecuente que los chicos no se muestren interesados en responder las preguntas que formula el docente en ese momento de trabajo colectivo, y que la matemática sea vivida como una serie de reglas y definiciones predeterminadas que hay que reconocer y aplicar.

Si, en cambio, la intervención del docente en la puesta en común intenta recuperar lo que los alumnos están haciendo y pensando para promover la discusión alrededor de esas producciones, habrá un verdadero espacio de debate, una situación genuina de comunicación en la que se intercambiarán distintos puntos de vista para llegar a una conclusión aceptada por el conjunto de la clase. En este caso, el trabajo se valida por la comunidad clase, y el maestro interviene conduciendo el debate entre los chicos o introduciendo preguntas nuevas. Este tipo de práctica requiere de un proceso de construcción a largo plazo que implica, entre otras cosas, escuchar al otro, establecer relaciones entre las distintas afirmaciones de los demás y entre ellas, y lo que cada uno piensa. También requiere poder expresarse con claridad creciente y aceptar el intercambio de ideas y la necesidad de llegar a un acuerdo que puede coincidir o no con las propias ideas iniciales, así como la incorporación progresiva de algunas reglas para discutir en matemática. Por ejemplo, el acuerdo de la mayoría no garantiza la validez de una afirmación. Si esta práctica forma parte de lo que queremos enseñar, es imprescindible comenzar a desarrollarla desde el Primer Ciclo, teniendo en cuenta las características propias de los niños en esta etapa.

Las propuestas incluidas en este *Cuaderno* forman, sin duda, una pequeña colección de casos. Su uso en el aula dependerá de las decisiones que, al respecto, se tomen en cada institución, atendiendo tanto a los proyectos institucionales como a las particularidades de cada grupo de alumnos y de la comunidad.

En muchas ocasiones, la lectura y discusión de estos casos derivará, seguramente, no en la "aplicación" de los ejemplos analizados sino en nuevas propuestas adaptadas tanto a los conocimientos del grupo de alumnos como a la forma de trabajo del docente que las desarrolle.

En este sentido, resultará muy interesante el debate que se genere en el equipo de la escuela a propósito de su uso, los intercambios de lo ocurrido en las puestas en aula con los colegas y la sistematización de las nuevas propuestas que se puedan formular.

Del mismo modo, la consulta de los materiales recomendados en la Bibliografía permitirá ampliar la perspectiva presentada en este *Cuaderno*, multiplicar la variedad de propuestas y abrir nuevas preguntas sobre la enseñanza de la matemática.

BIBLIOGRAFÍA

Bibliografía referenciada y recomendada para docentes

AGRASAR, M. y CHARA, S., en: CHEMELLO, G. (COORD.) (2001), *El juego como recurso para aprender. Juegos en Matemática EGB 1,* Buenos Aires, Ministerio de Educación de la Nación.

BRESSAN, A., (1997), *La medida, un cambio de enfoque, Desarrollo Curricular N° 4,* Río Negro (también en Internet).

BRESSAN, A.; REYNA, L. y ZORZOLI, G. (2003), *Enseñar geometría,* Montevideo, Styrka.

BROITMAN, C. (1999), *Las operaciones en el Primer Ciclo. Aportes para el trabajo en el aula,* Buenos Aires, Novedades Educativas.

– (1999), *Reflexiones en torno a la enseñanza del espacio,* Colección de 0 a 5, Buenos Aires, Novedades Educativas.

BROITMAN, C. e ITZCOVICH, H. (2002), *El estudio de las figuras y de los cuerpos geométricos,* Buenos Aires, Novedades Educativas.

– "Geometría en los primeros años de la EGB: problemas de su enseñanza, problemas para su enseñanza" en: PANIZZA, M. (2003), *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el Primer Ciclo de la EGB. Análisis y propuestas,* Buenos Aires, Paidós.

EQUIPO DE MATEMÁTICA DE LA DIRECCIÓN DE GESTIÓN CURRICULAR (2000), *Propuestas para el aula. Material para docentes. Matemática EGB1,* Buenos Aires, Ministerio de Educación de la Nación.

FUENLABRADA, I. (2000), *Juega y aprende matemática,* Buenos Aires, Novedades Educativas.

PANIZZA, M. (COMP.) (2003), *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el Primer Ciclo de la EGB. Análisis y propuestas,* Buenos Aires, Paidós.

PARRA, C. (1992), *Los niños, los maestros y los números, Desarrollo Curricular, 1er y 2º grados,* Buenos Aires, Secretaría de Educación, MCBA.

– (1994), "El cálculo mental", en: PARRA, C. y SAIZ, I. (COMPS). (1994), *Didáctica de las Matemáticas. Aportes y reflexiones,* Buenos Aires, Paidós.

PARRA, C. y SAIZ, I. (COMPS.) (1994), *Didáctica de las Matemáticas. Aportes y reflexiones,* Buenos Aires, Paidós.

SADOVSKY, P. y LERNER, D., "El sistema de numeración, un problema didáctico", en: PARRA, C. y SAIZ, I. (COMPS), *op. cit.*

SAIZ, I., "¿A la derecha de quién?", en: PANIZZA, M. (COMP.), *op. cit.*

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DE LA MCBA, *Pensando en la enseñanza. Preguntas y respuestas,* Buenos Aires, Secretaría de Educación de la MCBA.
Disponible en Internet:
www.buenosaires.gov.ar/educacion/docentes/planeamiento/txareas_mate.php

Documentos curriculares en Internet

Algunas reflexiones en torno a la enseñanza de la matemática en Primer Ciclo.
La enseñanza de la división en los tres ciclos
La enseñanza de la geometría en la EGB
La enseñanza de la multiplicación en los tres ciclos
El trabajo con los números en los primeros años
En: http://abc.gov.ar/LaInstitucion/SistemaEducativo/EGB/default.cfm

Documento N° 3 (2001): "Orientaciones didácticas para la enseñanza de la geometría en EGB".
En: http://www.abc.gov.ar

"Los niños, los maestros y los números", en: Desarrollo curricular. 1er y 2º grados (1992). En:
http://www.buenosaires.gov.ar/educacion/docentes/planeamiento/primaria.php

"La estimación, una forma importante de pensar en Matemática", Desarrollo Curricular N° 1.
"Las regularidades: fuente de aprendizaje matemático",
Desarrollo Curricular N° 3.

"La medida, un cambio de enfoque", Desarrollo curricular N° 4.
En: http://www.rn.rffdc.edu.ar/gcurricul/matematica/

Propuestas para el aula. Material para docentes, Matemática EGB 1.
Juegos en Matemática EGB 1. El juego como recurso para aprender (material para alumnos).
Juegos en Matemática EGB 1. El juego como recurso para aprender (material para docentes).
Juegos en Matemática EGB 2. El juego como recurso para aprender (material para alumnos).
Juegos en Matemática EGB 2. El juego como recurso para aprender (material para docentes).
En: http://www.me.gov.ar/curriform/matematica.html

Bibliografía general de consulta

ARTIGUE, M.; DOUADY, R. y OTROS (1995), *Ingeniería didáctica en educación matemática,* Bogotá, Grupo Editorial Iberoamericano.

BROUSSEAU, G. (1987), *Fundamentos y Métodos de la Didáctica de la Matemática, Facultad de Matemática, Astronomía y Física,* Córdoba, Universidad Nacional de Córdoba.

CHEVALLARD, I. (1997), *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado,* Buenos Aires, Aique editorial.

CHEVALLARD, I.; GASCÓN, J. y BOSCH, M. (1997), *Estudiar matemática. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje,* Barcelona, Ice-Horsori.

VERGNAUD, G. (1991), *El niño, la matemática y la realidad,* México, Editorial Trillas.

– (COMP.) (1997), *Aprendizajes y didácticas: qué hay de nuevo,* Buenos Aires, Edicial.

Notas

Notas

Notas

Se terminó de imprimir
en el mes de marzo de 2006 en
Gráfica Pinter S.A.,
México 1352
Ciudad Autónoma de Buenos Aires