PRIMER
CICLO EGB /
NIVEL PRIMARIO

Matemática

nap

NÚCLEOS
DE APRENDIZAJES
PRIORITARIOS

SERIE
CUADERNOS
PARA EL AULA

MINISTERIO de EDUCACIÓN
CIENCIA y TECNOLOGÍA
PRESIDENCIA de la NACIÓN

cfce
Consejo Federal
de Cultura y Educación

Dirección Nacional de Gestión Curricular y Formación Docente

Área de producción pedagógica
Coordinación y supervisión pedagógica general
Adela Coria, *Coordinadora Áreas Curriculares*

Asesoramiento didáctico
Beatriz Alen
Nora Alterman

Equipo del Área de Matemática
Coordinación y supervisión pedagógica
Mónica Agrasar
Graciela Chemello

Autores
Graciela Zilberman
Adriana Castro
Silvia Chara

Lectura crítica
Ana Encabo
Mabel Sueldo, *directora de escuela Proyecto 108 escuelas, Córdoba.*

Área de producción editorial
Raquel Franco, *Coordinadora editorial*
Natalia Ginzburg, *Edición*
Norma Sosa, *Corrección*
Carolina Mikalef, Alejandro Luna, *Dirección de arte*
Araceli Gallego, *Coordinación*
Alberto Caut, *Diagramación*
Gastón Caba, *Ilustración*
Alejandro Peral, *Fotografía*
Guillermo Ueno, *Fotografía*
Fernando Roca, *Retoque digital*
Rafael Blanco, *Documentación fotográfica*

Presentación

Durante los últimos treinta años, diversos procesos económicos, sociales y políticos que tuvieron lugar en nuestro país pusieron en crisis el sentido de nuestra democracia. Sabemos que hoy la sociedad argentina es profundamente desigual a lo largo y a lo ancho de nuestro territorio. Estamos realizando importantes esfuerzos en materia de políticas públicas que van revelando indicios alentadores en el proceso de contribuir a revertir esas desigualdades. Pero ello aún no es suficiente. Niños y jóvenes son parte de una realidad donde la desocupación, la pobreza y la exclusión social siguen expresando todavía de manera desgarradora la enorme deuda que tenemos con ellos y con su futuro.

La educación no es ajena a esta injusticia. El crecimiento de las brechas sociales se manifiesta también en la fragmentación que atraviesa nuestro sistema educativo, en las desiguales trayectorias y aprendizajes que produce, y en las múltiples dificultades que enfrentan los docentes al momento de enseñar.

Pese a ello, en las escuelas, maestros y maestras insisten en redoblar sus esfuerzos, persisten en la búsqueda de alternativas, y todos los días ponen en juego su saber en la construcción de nuevas prácticas, frente a una crisis que, por cierto, excede al sistema escolar.

Frente al desgarro social y sus huellas dolorosas, y frente a la necesidad de garantizar la supervivencia, los docentes fueron responsables de que la escuela se sostuviera como uno de los pocos lugares –si no el único para amplios sectores– en el que el Estado continuó albergando un sentido de lo público, resguardando las condiciones para que hoy podamos volver a pensar en la posibilidad de un *todos*.

Así, reasumimos desde el Estado la responsabilidad de acompañar el trabajo cotidiano de los docentes, recrear los canales de diálogo y de aprendizaje, afianzar los espacios públicos y garantizar las condiciones para pensar colectivamente nuestra realidad y, de este modo, contribuir a transformarla.

Creemos que es preciso volver a pensar nuestra escuela, rescatar la importancia de la tarea docente en la distribución social del conocimiento y en la recreación de nuestra cultura, y renovar nuestros modos de construir la igualdad, restituyendo el lugar de lo común y de lo compartido, y albergando a su vez la diversidad de historias, recorridos y experiencias que nos constituyen.

Transitamos una época de incertidumbre, de cuestionamientos y frustraciones. No nos alcanza con lo que tenemos ni con lo que sabemos. Pero tenemos y sabemos muchas cosas y vislumbramos con mayor nitidez un horizonte alentador. Como educadores, nos toca la inquietante tarea de recibir a los nuevos alumnos y de poner a disposición de todos y de cada uno de ellos nuestras mejores herramientas de indagación, de pensamiento y de creación. En el encuentro que se produce entre estudiantes y docentes reside la posibilidad de la transmisión, con todo lo que ello trae de renovación, de nuevos interrogantes, de replanteos y de oportunidades para cambiar el mundo en el que vivimos.

Lo prioritario hoy es recuperar la enseñanza como oportunidad de construir otro futuro.

Frente a ese desafío y el de construir una sociedad más justa, las escuelas tienen encomendada una labor fundamental: transmitir a las nuevas generaciones los saberes y experiencias que constituyen nuestro patrimonio cultural. Educar es un modo de invitar a los niños y a los jóvenes a protagonizar la historia y a imaginar mundos cada vez mejores.

La escuela puede contribuir a unir lo que está roto, a vincular los fragmentos, a tender puentes entre el pasado y el futuro. Estas son tareas que involucran de lleno a los docentes en tanto trabajadores de la cultura. La escuela también es un espacio para la participación y la integración; un ámbito privilegiado para la ampliación de las posibilidades de desarrollo social y cultural del conjunto de la ciudadanía.

Cada día, una multitud de chicos ocupa nuestras aulas. Cada día, las familias argentinas nos entregan a sus hijos, porque apuestan a lo que podemos darles, porque confían en ellos y en nosotros. Y la escuela les abre sus puertas. Y de este modo no solo alberga a chicos y chicas, con sus búsquedas, necesidades y preguntas, sino también a las familias que, de formas heterogéneas, diversas, muchas veces incompletas, y también atravesadas por dolores y renovadas esperanzas, vuelven una y otra vez a depositar en la escuela sus anhelos y expectativas.

Nuestros son el desafío y la responsabilidad de recibir a los nuevos, ofreciéndoles lo que tenemos y, al mismo tiempo, confiando en que ellos emprenderán la construcción de algo distinto, algo que nosotros quizás no imaginamos todavía. En la medida en que nuestras aulas sean espacios donde podamos someter a revisión y crítica la sociedad que nos rodea, y garantizar el derecho de todos los niños, niñas, jóvenes y adultos de acceder a los saberes que, según creemos, resultan imprescindibles para participar en ella, podremos hacer de la educación una estrategia para transformarla.

La definición de los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios forma parte de una política educativa que busca garantizar una base común de saberes para todos los chicos del país. Detrás de esta decisión, existe una selección deliberada de conocimientos fundada en apreciaciones acerca de cuáles son las herramientas conceptuales que mejor condensan aquello que consideramos valioso transmitir en la escuela. También, una intención de colocar la enseñanza en el centro de la deliberación pública sobre el futuro que deseamos y el proyecto social de país que buscamos.

Es nuestro objetivo hacer de este conjunto de saberes y del trabajo en torno a ellos una oportunidad para construir espacios de diálogo entre los diversos actores preocupados por la educación, espacios que abran la posibilidad de desarrollar un lenguaje y un pensamiento colectivos; que incorporen la experiencia, los saberes y deseos de nuestros maestros y maestras, y que enfrenten el desafío de restituir al debate pedagógico su carácter público y político.

Lic. Alejandra Birgin
Directora Nacional de Gestión Curricular
y Formación Docente

Lic. Daniel Filmus
Ministro de Educación

Para dialogar con los Cuadernos para el aula

La serie *Cuadernos para el aula* tiene como propósito central aportar al diálogo sobre los procesos pedagógicos que maestros y maestras sostienen cotidianamente en las escuelas del país, en el trabajo colectivo de construcción de un suelo compartido y de apuesta para que chicos y chicas puedan apropiarse de saberes valiosos para comprender, dar sentido, interrogar y desenvolverse en el mundo que habitamos.

Quienes hacemos los *Cuadernos para el aula* pensamos en compartir, a través de ellos, algunos "hilos" para ir construyendo propuestas para la enseñanza a partir de los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Así, estos Cuadernos buscan tramar algunos saberes priorizados en múltiples itinerarios de trabajo, dejando puntas y espacios siempre abiertos a nuevos trazados, buscando sumar voces e instancias de diálogo con variadas experiencias pedagógicas. No nos mueve la idea de hacer propuestas inéditas, de "decir por primera vez". Por el contrario, nos mueve la idea de compartir algunos caminos, secuencias o recursos posibles; sumar reflexiones sobre algunas condiciones y contextos específicos de trabajo; poner a conversar invenciones de otros; abrir escenas con múltiples actores, actividades, imágenes y lecturas posibles.

Con ese propósito, el Ministerio Nacional acerca esta serie que progresivamente se irá nutriendo, completando y renovando. En esta oportunidad, abrimos la colección presentando un libro para Nivel Inicial y uno para cada campo de conocimiento priorizado para el Primer Ciclo de la EGB/Nivel Primario: uno de Lengua, uno de Matemática, uno de Ciencias Sociales y uno de Ciencias Naturales para cada año/grado.

En tanto propuesta abierta, los *Cuadernos para el Aula* también ofrecerán aportes vinculados con otros saberes escolares: Educación Tecnológica, Formación Ética y Ciudadana, Educación Artística y Educación Física, del mismo modo que se proyecta aportar reflexiones sobre temas pedagógico-didácticos que constituyan renovadas preocupaciones sobre la enseñanza.

Sabemos que el espacio de relativa privacidad del aula es un lugar donde resuenan palabras que no siempre pueden escribirse, que resisten todo plan: espacio abierto al diálogo, muchas veces espontáneo, otras ritualizado, donde se condensan novedades y rutinas, silencios y gestos, lugar agitado por preguntas o respuestas impensadas o poco esperadas, lugar conocido y enigmático a la vez, lugar de la prisa. En esos vaivenes de la práctica, paradójicamente tan reiterativa como poco previsible, se trazan las aristas que definen nuestra compleja identidad docente. Una identidad siempre cambiante –aunque imperceptiblemente– y siempre marcada por historias institucionales del sistema educativo y socio-cultural más general; una identidad que nos hace ser parte de un colectivo docente, de un proyecto pedagógico, generacional y ético-político.

Desde los *Cuadernos para el aula*, como seguramente podrá ocurrir desde muchas otras instancias, nos proponemos poner en foco las prácticas desplegadas cada día. En ese sentido, la regulación y el uso del tiempo y el espacio en el aula y fuera de ella, las formas que asumen la interacción entre los chicos y chicas, las formas en que los agrupamos para llevar adelante nuestra tarea, la manera en que presentamos habitualmente los conocimientos y las configuraciones que adopta la clase en función de nuestras propuestas didácticas construidas para la ocasión son dimensiones centrales de la vida en el aula; una vida que muchas veces se aproxima, otras niega y otras enriquece los saberes cotidianos que construyen los chicos en sus ámbitos de pertenencia social y cultural.

Queremos acercarnos a ese espacio de las prácticas con una idea importante. Las propuestas de los *Cuadernos para el aula* dialogan a veces con lo obvio que por conocido resulta menos explorado. Pero al mismo tiempo parten de la idea de que no hay saberes pedagógico-didácticos generales o específicos que sean universales y por tanto todos merecen repensarse en relación con cada contexto singular, con cada historia de maestro y de hacer escuela.

Este hacer escuela nos reúne en un tiempo en el que subsisten profundas desigualdades. Nuestra apuesta es aportar a superarlas en algún modesto sentido, con conciencia de que hay problemas que rebasan la escuela, y sobre los cuales no podemos incidir exclusivamente desde el trabajo pedagógico. Nuestra apuesta es contribuir a situarnos como docentes y situar a los chicos en el lugar de ejercicio del derecho al saber.

Desde ese lugar hablamos en relación con lo prioritario hoy en nuestras escuelas y aulas; desde ese lugar y clave de lectura, invitamos a recorrer estos Cuadernos. Sabemos que es en el patio, en los pasillos, en la sala de maestros y maestras y en cada aula donde se ponen en juego novedosas búsquedas, y también las más probadas respuestas, aunque las reconozcamos tentativas. Hay siempre un texto no escrito sobre cada práctica: es el texto de la historia por escribir de los docentes en cada escuela.

Esta serie precisamente pretende ser una provocación a la escritura. Una escritura que lea y recree, una escritura que discuta, una escritura que dialogue sobre la enseñanza, una escritura que irá agregando páginas a estos Cuadernos.

El equipo de *Cuadernos para el aula*

ÍNDICE

ENSEÑAR MATEMÁTICA EN EL PRIMER CICLO

Enseñar Matemática en el Primer Ciclo

Palabras previas

Quienes enseñamos necesitamos revisar permanentemente qué hacemos y para qué lo realizamos. Sabemos, por una parte, que cada una de nuestras experiencias tiene características singulares e irrepetibles; así, cada año, un nuevo grupo de alumnos nos plantea un desafío renovado. Por otra parte, los conocimientos que enseñamos y nuestras estrategias de enseñanza también se modifican; y son, además, cajas de resonancia de múltiples transformaciones y necesidades que tienen lugar en la sociedad, en sentido amplio y, en particular, en los campos de saber.

Por eso, en estas páginas, volvemos sobre ciertos aspectos de la tarea de enseñar que seguramente no son nuevos, pero sí centrales para promover mejores aprendizajes.

Preguntarse qué significa aprender Matemática; qué se entiende por enseñar mediante la resolución de problemas y qué se concibe como problema; analizar cómo influye la gestión de la clase en el tipo de aprendizaje que logren los alumnos; estar actualizado respecto de algunos avances de las investigaciones didácticas; todo ello puede ayudarnos a realizar una relectura de las prácticas habituales, encontrar nuevos sentidos para lo que hacemos y reinventar así nuestras propuestas.

Pensar la actividad matemática en la ciencia y en la escuela

El conocimiento matemático, como ocurre con otros conocimientos y con las producciones culturales en general, ha ido generándose y transformándose en diferentes momentos históricos, en diálogo permanente con problemas que tienen lugar en los distintos entornos sociales y culturales.

Cuando alguien quiere estudiar una determinada situación o interactuar con ella, se formula preguntas. Estas podrían referirse a las relaciones entre ciertas cantidades –como las distancias recorridas y los tiempos empleados en hacerlo–, a las regularidades de una colección de formas o a la búsqueda de los números que cumplan un condición dada. Para responder a estas preguntas –que pueden referirse tanto al mundo natural y social como a la misma matemática– se utilizan **modelos matemáticos** conocidos o se construyen nuevos. Ejemplos de modelos son: las operaciones con números naturales, las propiedades que caracterizan a los cuadriláteros o una ecuación que determine un conjunto de números. En algunos casos, se aplican reglas conocidas; en otros, se elaboran conjeturas y se producen nuevas reglas para comprobarlas. En todos, las conclusiones que se elaboran se interpretan para determinar si responden o no a las preguntas planteadas inicialmente. También forma parte de este proceso mejorar la eficacia de los modelos que se crean y de las formas de comunicar los descubrimientos, como también establecer relaciones entre lo nuevo y lo que ya se conoce.

El proceso de construcción y las conclusiones resultantes tienen rasgos específicos: un modo particular de pensar y proceder, y conocimientos con características particulares. Estos conocimientos permiten **anticipar** el resultado de algunas acciones sin realizarlas efectivamente; por ejemplo, si se ponen en una bolsa vacía 4 chapitas y luego 3 chapitas, es posible asegurar que hay 7 chapitas dentro de la bolsa sumando 4 más 3, sin necesidad de contar las unidades. Por otra parte, los resultados se consideran **necesariamente verdaderos** si, para obtenerlos, se han respetado reglas matemáticas. Por ejemplo, sabiendo que $4 + 3 = 7$, podemos asegurar que $4 + 4 = 8$ sin hacer la cuenta, pues al comparar las sumas, como el segundo sumando tiene una unidad más, el resultado tendrá una unidad más.

A la vez, la obtención de nuevos resultados conlleva la necesidad de crear un lenguaje para comunicarlos. Los números, las figuras y las relaciones tienen **representaciones** cuyo uso se conviene entre los matemáticos. De esta manera, la actividad matemática en la ciencia está muy fuertemente ligada a la resolución de problemas y a un modo particular de razonar y comunicar los resultados.

Esta forma de trabajar en Matemática debería ser también la que caracterice la actividad en el aula desde los inicios de la escolaridad. Se trata de que los alumnos **entren en el juego matemático**, es decir, que se ocupen de producir conocimientos nuevos (para ellos) frente a los problemas que se les planteen, y que debatan para validarlos o no como respuestas a las preguntas formuladas. Luego, con la intervención del maestro, los reconocerán como conocimientos que forman parte de la matemática. Así, en la escuela, los niños deberían ser introducidos en la cultura matemática, es decir, en las formas de trabajar "matemáticamente".

Desde esta perspectiva, entendemos que **saber matemática** requiere dominar los conocimientos de esta disciplina para utilizarlos como instrumentos en la resolución de problemas, y también para definirlos y reconocerlos como objetos de una cultura.

Reconsiderar el sentido de la matemática en la escuela

La concepción que cada persona se va formando de la matemática depende del modo en que va conociendo y usando los conocimientos matemáticos. En este proceso, la escuela tiene un rol fundamental, ya que es allí donde se enseña y se aprende de un modo sistemático a usar la matemática. El tipo de trabajo que se realice en la escuela influirá fuertemente en la relación que cada persona construya con esta ciencia, lo que incluye el hecho de sentirse o no capaz de aprenderla.

Cuando la enseñanza de la matemática, en lugar de plantearse como la **introducción a la cultura de una disciplina científica**, se presenta como el dominio de una técnica, la actividad matemática en el aula se limita a reconocer, luego de las correspondientes explicaciones del maestro, qué definición usar, qué regla hay que aplicar o qué operación "hay que hacer" en cada tipo de problema. Se aprende qué hacer, pero no para qué hacerlo, ni en qué circunstancia hacer cada cosa.

La enseñanza que apunta al dominio de una técnica ha derivado en dificultades que ya conocemos: por una parte, aunque permite que algunos alumnos logren cierto nivel de "éxito" cuando el aprendizaje se evalúa en términos de respuestas correctas para problemas tipo, deja afuera a muchos alumnos que no se sienten capaces de aprender matemática de este modo. Por otra, lo así aprendido se demuestra claramente insuficiente en el momento en que se trata de usar los conocimientos para resolver situaciones diferentes de aquellas en las que se aprendieron.

Otras veces, la actividad en el aula incluye la resolución de problemas diversos, y se pasa de uno a otro y a otro sin un trabajo reflexivo que vuelva sobre lo realizado. Trabajar sólo resolviendo problemas, sin explicar o fundamentar "matemáticamente", también es insuficiente. Quienes trabajan de este modo, sin duda, no aprenden lo mismo que quienes, tras resolver esos mismos problemas, deben luego explicitar los procedimientos realizados y analizar las diferentes producciones o, a partir de los cuestionamientos de otros compañeros, argumentar sobre su propio punto de vista o dar razones sobre sus objeciones.

El trabajo que implica volver sobre lo realizado exige siempre una explicitación, un reconocimiento y una sistematización del conocimiento implicado en la resolución de los problemas, las formas de obtenerlo y validarlo. Sin este proceso, los conocimientos matemáticos aprendidos en la escuela –las nociones y formas de trabajar en matemática– no tendrán a futuro las mismas posibilidades de reutilización.

En síntesis, "cómo" se hace matemática en el aula define al mismo tiempo "qué" matemática se hace, y "para qué" y "para quiénes" se la enseña, lo que plantea una disyuntiva central en relación con la construcción de las condiciones que posibilitan el acceso a la matemática de unos pocos o de todos.

Priorizar un tipo de trabajo matemático

Resulta pues vital que prioricemos en la escuela, desde el momento en que los niños se inician en el estudio de la matemática, la **construcción del sentido** de los conocimientos por medio de la resolución de problemas y de la reflexión sobre estos, para promover así un modo particular de trabajo matemático que esté al alcance de todos los alumnos y que suponga para cada uno:

- Involucrarse en la resolución del problema presentado vinculando lo que quiere resolver con lo que ya sabe y plantearse nuevas preguntas.
- Elaborar estrategias propias y compararlas con las de sus compañeros considerando que los procedimientos incorrectos o las exploraciones que no los llevan al resultado esperado son instancias ineludibles y necesarias para el aprendizaje.
- Discutir sobre la validez de los procedimientos realizados y de los resultados obtenidos.
- Reflexionar para determinar qué procedimientos fueron los más adecuados o útiles para la situación resuelta.
- Establecer relaciones y elaborar formas de representación, discutirlas con los demás, confrontar las interpretaciones sobre ellas y acerca de la notación convencional.
- Elaborar conjeturas, formularlas, comprobarlas mediante el uso de ejemplos o justificarlas utilizando contraejemplos o propiedades conocidas.
- Reconocer los nuevos conocimientos y relacionarlos con los ya sabidos.
- Interpretar la información presentada de distintos modos, y pasar de una forma de representación a otra según su adecuación a la situación que se quiere resolver.

Elegir los problemas

Estamos afirmando que el sentido de los conocimientos matemáticos se construye al resolver problemas y reflexionar sobre ellos. Esto nos plantea, en principio, algunos interrogantes centrales: ¿qué problemas presentamos?, ¿cómo conviene seleccionar el repertorio de actividades para un determinado contenido y un grupo particular de alumnos?

Cuando el conjunto de problemas elegidos para tratar en clase una noción matemática no es suficientemente representativo de la diversidad posible a abordar en el año escolar correspondiente, es probable que los alumnos sólo puedan utilizarla en contextos limitados, haciendo uso de representaciones estereotipadas y en situaciones muy similares a las que estudiaron en la escuela.

Es por ello que decimos que, al elegir o construir problemas para enseñar una noción con el propósito de que los alumnos construyan su sentido, debemos tener en cuenta una diversidad de contextos, significados y representaciones.

Asimismo, habrá que considerar distintas relaciones posibles entre datos e incógnitas, para no fomentar una idea estereotipada de problema y cuidar que, para ese conjunto de problemas, la noción que se quiere enseñar sea la "herramienta matemática" más eficaz que permite resolverlos.

Consideramos que cada actividad constituye un **problema matemático** para un alumno en la medida en que involucra un enigma, un desafío a sus conocimientos matemáticos, es decir, si estos le permiten iniciar la resolución del problema y, para hacerlo, elabora un cierto procedimiento y pone en juego las nociones que tiene disponibles, modificándolas y estableciendo nuevas relaciones.

En este sentido, la actividad que puede resultar problemática para un alumno no lo es necesariamente para otro, dependiendo de los conocimientos de que dispone. Así, para atender la heterogeneidad en cada grupo de alumnos respecto de sus conocimientos iniciales y dar a todos la posibilidad de construir una solución, es necesario plantear buenas preguntas, admitir diferentes procedimientos para responderlas y, luego, discutir sobre ellos.

Por ejemplo, si en un grupo de alumnos de 2º año/grado se trata de avanzar hacia el cálculo de multiplicaciones de números de 2 cifras por números de 1 cifra –habiendo resuelto ya problemas donde se multiplicaron dígitos entre sí y dígitos por 10–, se les puede preguntar cuántas baldosas hacen falta para armar un friso de 25 baldosas de largo y 4 de ancho. Algunos sumarán 4 veces 25; otros podrían sumar 4 + 25; otros pensarán que 2 frisos de 25 son 50 y sumarán 50 + 50; otros multiplicarán y sumarán 10 x 4 + 10 x 4 + 5 x 4; mientras que otros podrían hacer un dibujo con las filas y columnas de baldosas como apoyo para cualquiera de los procedimientos anteriores o para contarlas. El docente tendrá luego que plantear nuevas preguntas que pongan en evidencia que algunos de los procedimientos utilizados son ineficientes, costosos o inadecuados. Así, si en el ejemplo se quiere en una segunda instancia que los procedimientos de conteo y suma de sumandos iguales sean dejados de lado para avanzar hacia 25 x 4, se puede modificar la consigna pidiendo que la resuelvan, por ejemplo, realizando cálculos con al menos una multiplicación.

En síntesis, presentar un problema requiere, por una parte, elegir una pregunta adecuada a los conocimientos del grupo de alumnos y abrir su resolución a una variedad de estrategias, confiando en que todos los niños pueden hacerlo de algún modo. Por otra parte, habrá que trabajar con los conocimientos que surjan para avanzar hacia los que se quiere enseñar por medio del planteo de nuevas preguntas.

Los contextos

Se parte de la idea de que una noción matemática cobra sentido a partir del conjunto de problemas en los cuales resulta un instrumento eficaz de resolución. Esos problemas constituyen el o los contextos para presentar la noción a los alumnos. Por ejemplo, el cálculo de puntos en un juego, la construcción de una figura, la elaboración de un procedimiento para realizar un cálculo son contextos posibles para presentar la suma, los rectángulos o la propiedad conmutativa.

Para cada noción es posible considerar diferentes contextos que nos permitan plantear problemas en los que la resolución requiera su uso. Estos contextos podrán ser matemáticos o no, incluyendo entre estos últimos los de la vida cotidiana, los ligados a la información que aparece en los medios de comunicación y los de otras disciplinas.

Por ejemplo, la noción de multiplicación es frecuentemente introducida por medio de la resolución de problemas en los que una misma cantidad se repite un cierto número de veces, como cuando se pregunta por el precio total de varios artículos del mismo precio. En este caso, se trata de un **contexto no matemático** de la vida cotidiana. También habrá que plantear por qué para calcular 3 + 3 + 3 + 3 es posible realizar una multiplicación, pero no se puede para 3 + 4 + 5. En este caso se trata de un **contexto matemático**.

En ambos planteos, la multiplicación es el instrumento que resuelve el problema: la noción está contextualizada y “funciona” en esos casos particulares. En este sentido, al producir la solución, el alumno sabe que en ella hay conocimiento matemático, aunque no logre identificar cuál es. Para que pueda reconocerlo, tendremos que intervenir nombrando las nociones del modo en que se usan en la disciplina y reformulando las conclusiones alcanzadas por el grupo con representaciones lo más próximas posibles a las convencionales, es decir, reconociendo como conocimiento matemático el que se usó como instrumento de resolución, ahora independientemente del contexto.

Al presentar cada noción en diferentes contextos, y descontextualizarla cada vez, se amplía el campo de problemas que los alumnos pueden resolver con ella. De este modo, los chicos avanzan en la construcción de su sentido.

En todos los casos, los contextos tendrán que ser **significativos** para los alumnos, es decir que implicarán un desafío que puedan resolver en el marco de sus posibilidades cognitivas y sus experiencias sociales y culturales previas. Asimismo, los conocimientos involucrados en el problema deberán cobrar interés para ellos y ser coherentes desde el punto de vista disciplinar.

Al interactuar en su vida social, los niños aprenden las prácticas habituales de cada comunidad y construyen saberes, algunos de los cuales están ligados a la matemática. Son estos saberes los que debemos recuperar en la escuela para vincularlos con los conocimientos que deben aprender, ya sea para reconocerlos como parte de ellos y sistematizarlos, como para utilizarlos en nuevos contextos. De este modo, es esperable que los alumnos puedan incorporar en su vida cotidiana nuevas prácticas superadoras y valorar el aporte brindado por la escuela para su adquisición.

Los resultados de investigaciones realizadas sobre el uso de conocimientos matemáticos en situaciones de la vida cotidiana, como al hacer compras de alimentos, dan cuenta de los múltiples factores que determinan las decisiones que tomamos acerca de "cuánto" compramos y muestran que a veces no utilizamos conocimientos matemáticos. Por ejemplo, tenemos en cuenta las preferencias o necesidades de los integrantes de la familia y no sólo la relación precio/cantidad. Al formular ese tipo de problemas con propósitos de enseñanza, seleccionamos algunos datos que intervienen en la situación o contexto real. Así, las relaciones que se establecen entre los datos para encontrar la respuesta están más relacionadas con los conocimientos que se quieren enseñar que con la situación real que da origen al problema.

Al elegir los problemas, también es esencial revisar los enunciados y las preguntas que presentamos, pues muchas veces se incluyen preguntas que carecen de sentido en sí mismas, pues no aluden a problemas reales o verosímiles. Por ejemplo, si en un enunciado se habla de la suma de las edades de dos hermanos o de la cantidad de hormigas de dos hormigueros, cabe preguntarse quién puede necesitar estos valores y para qué.

Un contexto muy utilizado en la clase de matemática es el de los juegos. El sentido de incluirlo va más allá de la idea de despertar el interés de los alumnos. Jugar permite "entrar en el juego" de la disciplina matemática, pues se eligen arbitrariamente unos puntos de partida y unas reglas que todos los participantes acuerdan y se comprometen a respetar. Luego, se usan estrategias que anticipan el resultado de las acciones, se toman decisiones durante el juego y se realizan acuerdos frente a las discusiones.

No debemos perder de vista que, al utilizar el juego como una actividad de aprendizaje, la finalidad de la actividad para el alumno será ganar, pero nuestro propósito es que aprenda un determinado conocimiento. Por eso, el hecho de jugar no es suficiente para aprender: la actividad tendrá que continuar con un momento de reflexión durante el cual se llegará a conclusiones ligadas a los conocimientos que se utilizaron durante el juego. Luego, convendrá plantear problemas de distinto tipo en los que se vuelvan a usar esos conocimientos: partidas simuladas, nuevas instancias de juego para mejorar las estrategias, tareas a realizar con los conocimientos descontextualizados.

Los significados

Cada noción matemática resuelve un cierto conjunto de problemas; sin embargo, no tiene el mismo significado en todos los casos. Por ejemplo, si trabajamos la suma de números naturales, podemos enunciar dos problemas que se puedan resolver realizando el cálculo 4 + 5. En el problema "En el cumpleaños de Jimena me regalaron 5 caramelos. Yo tenía 4 caramelos guardados, ¿cuántos tengo ahora?", las cantidades son 4 y 5 caramelos, es decir que son del mismo tipo. En cambio en el problema "Para dar premios en un juego, llevamos a la escuela algunas golosinas. Ale llevó 4 caramelos y 5 bombones. ¿Cuántas golosinas llevó?", las cantidades son de dos clases distintas –caramelos y bombones– que, sin embargo, pueden ser reunidos en una sola clase: golosinas.

Además, en ambos problemas, se establecen diferentes relaciones entre las cantidades involucradas. En el primer problema, se trata de un aumento de la cantidad de objetos de una colección inicial –aquí **sumar** significa **agregar**–; mientras que en el segundo, se juntan los elementos de dos colecciones; en este caso, sumar significa **reunir**. En estos ejemplos presentamos sólo dos de los posibles significados de la suma, pero, al variar las relaciones que se pueden establecer entre las cantidades involucradas, es posible considerar otros para esta operación.

Por otra parte, para el mismo significado de una operación es posible plantear problemas en los que varíe el tamaño de los números –de una cifra, dos, etc.– y las magnitudes correspondientes a las cantidades. En este sentido, es importante incluir algunos en los que estas sean discretas, como la cantidad de caramelos, y otros en los que sean continuas, como la longitud o el peso.

Al planificar es importante tener en cuenta que, a lo largo de su recorrido por el Primer Ciclo, los alumnos deben ir trabajando con los diferentes significados de las operaciones básicas, variando también el tamaño de los números y las magnitudes involucradas, lo que supondrá construir un conjunto de problemas de diferentes niveles de complejidad.

Las representaciones

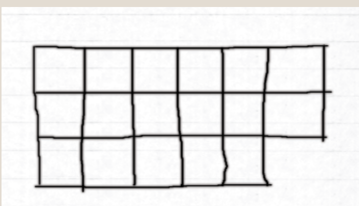
En el conjunto de problemas que seleccionamos también es necesario tener en cuenta las distintas representaciones posibles de la noción que queremos enseñar, ya que la posibilidad de avanzar en la comprensión de una noción implica reconocerla en sus distintas representaciones pudiendo elegir la más conveniente y pasar de una a otra en función del problema a resolver.

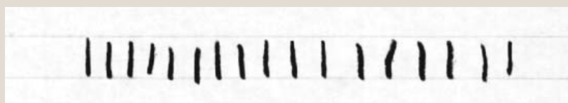
Por ejemplo, para representar una colección cualquiera de diecisiete elementos, es posible escribir, entre otras, las siguientes expresiones:

17 14 + 3 1 x 10 + 7 5 x 3 + 2 XVII

Entre todas las representaciones anteriores, en la escuela se enseña 17 o 14 + 3 desde 1er año/grado; 1 x 10 + 7 o 5 x 3 + 2 desde 2º y, por último, XVII.

En el aula pueden aparecer otras representaciones ligadas con los procedimientos de resolución que realizan los alumnos. Por ejemplo, si los diecisiete elementos se encuentran en el enunciado de un problema que requiere contar objetos que están o no ordenados en forma rectangular –como las baldosas de un patio o una cantidad de figuritas–, podrían aparecer la cuadrícula o los palitos.





En estos casos, las representaciones deberían ser analizadas en el grupo, socializadas para darles un lugar entre los conocimientos construidos en la clase, para que luego el docente pueda incluirlas en las actividades que presente. Asimismo, a las representaciones producidas por los alumnos es posible agregar otras cuyo tratamiento el maestro considere necesario.

Estas representaciones pueden tener sólo un valor local, es decir, particular para ese problema o uno similar. Por ejemplo, dibujar palitos no resulta económico cuando hay que tratar con cantidades grandes ya que es más complejo dibujar y contar muchos elementos.

Otras representaciones, en cambio, pueden evolucionar para adaptarse a nuevos problemas. Por ejemplo, para representar productos de números más grandes se puede dibujar un rectángulo y colocar los números de su ancho y su largo sin necesidad de dibujar las líneas de la cuadrícula.

De ser posible, es preferible que la necesidad de usar otra representación sea descubierta por el propio alumno frente a la insuficiencia de una anterior. El tiempo que aparentemente se “pierde” en este trabajo de hacer evolucionar las representaciones en función de la necesidad de “economía” se gana en significatividad de estas representaciones para el alumno.

Del mismo modo, el uso o no de materiales “concretos” debería ser decidido por el alumno en función de sus necesidades, las que están ligadas al estado de sus conocimientos. Por ejemplo, para trabajar con cantidades en los primeros años/grados, algunos alumnos usarán objetos como palitos de helado o tapitas; otros, marcas sobre papel o los dedos, y otros emplearán números. Poner aquellos a su disposición puede ser parte de la consigna, pero habrá que cuidar que en esta se dé lugar al uso de otros caminos, pues, de lo contrario, no se estará promoviendo la anticipación propia de la actividad matemática, que en este caso implica usar otras formas de representación. Si se ha pedido que todos traigan tapitas de la casa, se pueden ubicar en una caja de material común y plantear que cada uno las busque cuando las necesite. Esto muestra el importante papel que tienen las consignas, dado que sintetizan las condiciones para la resolución del problema.

Al plantear los problemas, deberemos promover que la representación que cada alumno utilice sea una forma de expresar lo que está pensando, y que el debate posterior a las producciones sobre la pertinencia y economía de estas permita su evolución hacia las representaciones convencionales.

Cuando los chicos van avanzando en su disponibilidad de diferentes formas de representación de una misma noción, será conveniente que sean ellos los que elijan una u otra, en función de la situación que intentan resolver.

Que los alumnos vayan evolucionando desde las formas personales que usan para resolver los problemas hasta las convencionales que se utilizan en Matemática será una tarea a largo plazo.

Las relaciones entre datos e incógnitas

Algunos de los problemas que se presentan y funcionan como contexto para utilizar una noción tienen el propósito de trabajar lo que denominamos **tratamiento de la información.** En estos casos, lo que se pone en juego es la relación entre los datos y las incógnitas.

Muchas veces detectamos que los alumnos intentan resolver el problema que les presentamos sin pensar el enunciado, buscando sólo qué operación deben realizar para solucionarlo. Esa forma de enfrentarse al problema está fomentada por muchos enunciados que forman parte de la tradición escolar y por el tratamiento que se les da en clase. Suelen aparecer todos los datos necesarios para responder la pregunta que se hace y esta se refiere al resultado de una operación entre ellos. Asimismo, el maestro que ya enseñó los cálculos propone a los alumnos que identifiquen “la” operación y espera que resuelvan el problema sin dificultad.

Una manera de modificar esta cuestión es generar en los chicos la necesidad de leer e interpretar el enunciado del problema y, por lo tanto, de construir una representación mental de la situación que les permita encontrar algún procedimiento de resolución. Para ello, será necesario variar tanto la forma de presentación del enunciado como el tipo de tarea que el alumno debe realizar.

Los enunciados pueden ser breves relatos, tener datos “de más” e incluir imágenes. Las preguntas también serán variadas: algunas no se podrán contestar, otras se contestarán con un dato y sin operar, y otras requerirán hacer una operación, pero la respuesta podrá ser una información diferente del resultado de la operación. También los alumnos podrán proponer problemas, para lo cual se puede dar información y pedir que formulen preguntas o presentar datos y respuestas para elaborar una pregunta que los relacione. A la vez, tendremos que organizar la clase de modo que cada alumno pueda interpretar el problema y tomar una primera decisión autónoma a propósito de su resolución.

Construir condiciones para resolver problemas

Para que cada alumno se involucre en el juego matemático, además de elegir un problema desafiante pero adecuado para sus conocimientos, y en el que la noción a enseñar sea un instrumento eficaz de resolución, es necesario tener en cuenta el siguiente conjunto de condiciones: los materiales necesarios, las interacciones derivadas de la forma de organizar la clase y nuestras intervenciones durante su transcurso.

Cuidar estas condiciones, anticiparlas al planificar la clase, es, en realidad, uno de nuestros grandes desafíos como maestros.

Las situaciones de enseñanza

En algunas ocasiones, la tarea que se propone al alumno puede presentarse sólo mediante el enunciado de un problema, o con una pregunta para un conjunto bien elegido de cálculos, o con un interrogante que deba ser respondido a partir de una información publicada en el diario o en la publicidad de una revista. En otras ocasiones, habrá que proporcionar los instrumentos de geometría para realizar una construcción o los materiales para un juego –sean estos cartas, dados y tablas para anotar puntajes, una pista numerada y fichas para marcar las posiciones, el croquis de un recorrido, etc.–. En todos los casos, una primera condición es asegurarnos de tener disponibles los **materiales** a utilizar.

También habrá que anticipar cuál es el **tipo de interacciones** que queremos que se den para organizar distintos momentos de la clase: las de los alumnos con el maestro, de los alumnos entre sí, y entre cada alumno y el problema. Habrá que proponer, según convenga y de manera no excluyente, momentos de trabajo en forma individual, en pequeños grupos o con toda la clase.

Los niños podrán realizar diferentes tareas. En algunas ocasiones, trabajarán usando los conocimientos matemáticos de manera implícita, sin nombrarlos ni escribirlos, por ejemplo, al medir, construir, decidir cómo jugar o contar. En otras, utilizarán los conocimientos matemáticos de manera explícita: tendrán que describir cómo midieron o contaron, qué instrumentos usaron para construir y qué hicieron en cada paso, o producirán un instructivo para que otro construya una figura o realice un cálculo, explicarán por qué decidieron utilizar un procedimiento u otro, cómo pueden comprobar que un resultado es adecuado. También darán razones para convencer a otro compañero de que los números encontrados o las figuras dibujadas cumplen con las condiciones del problema; tendrán que argumentar sobre si un procedimiento es o no correcto, o en qué casos una afirmación es verdadera.

Al anticipar el desarrollo de la clase y prever las condiciones necesarias para que ocurran las interacciones que nos interesan, diseñamos una **situación problemática** a propósito del conocimiento que queremos enseñar. Esta situación incluye un conjunto de elementos y relaciones que estarán presentes en la clase: el problema, los materiales, una cierta organización del grupo, un desarrollo con momentos para diferentes intercambios. Al planificar, también anticipamos los diferentes procedimientos y las representaciones que podrán usar los alumnos, nuestras preguntas y las conclusiones posibles.

La gestión de la clase

Hemos planteado ya que, para que los alumnos desarrollen el tipo de trabajo matemático que buscamos promover, serán fundamentales las intervenciones del docente durante la clase.

El trabajo de resolución de problemas que se propone en este enfoque genera muchas veces inseguridad. Pensamos ¿cómo voy a presentar este problema si no muestro antes cómo hacerlo?, ¿cómo voy a organizar la clase si cada uno responde de una manera distinta? o ¿cómo voy a corregir si hay distintos procedimientos en los cuadernos?

Respecto de la primera pregunta, para iniciar el aprendizaje de un nuevo conocimiento en el proyecto de cada año escolar, tendremos que **presentar un problema** asegurándonos de que todos hayan comprendido cuál es el desafío que se les propone. Para que cada alumno acepte ocuparse de él, es esencial generar el deseo de resolverlo. Este tipo de intervención, que busca que el alumno se haga cargo de la resolución, es siempre parte del inicio de la clase, pero puede reiterarse en distintos momentos, toda vez que sea necesario y oportuno. Es una invitación para que el chico resuelva por sí solo y no una orientación sobre cómo debe hacerlo.

Para comenzar, los niños lo **resuelven** de manera individual o en pequeños grupos, con diferentes procedimientos, según los conocimientos de los que dispone cada uno. Por ejemplo, en 1er año/grado, cuando aún no se enseñó a sumar, es posible plantear a los niños que averigüen la cantidad de lápices que quedaron en una caja luego de que un alumno puso allí 9 y otro sacó 5, contándolos frente a todos en ambos casos. Los niños podrán recurrir a una variedad de procedimientos para resolver la consigna: algunos usarán los dedos; otros, dibujitos; otros, el material concreto disponible; unos, una tabla con números u otros cálculos.

Luego, habrá que dar lugar a un **intercambio** del que participen todos los alumnos y en el que se vayan explicando las diferentes aproximaciones al conocimiento que se quiere enseñar, y debatir sobre ellas. Al analizar las diferentes soluciones, tendremos que valorizar de igual modo todas las producciones, ya sea que permitan o no arribar a una respuesta al problema planteado.

Al dar lugar a la presentación y explicación de los procedimientos utilizados por los chicos, es necesario animarlos a **dar razones** de lo realizado, a explicar por qué lo hicieron de cierta forma, a argumentar sobre la validez de sus producciones. Esto les permitirá volver sobre lo que han pensado para analizar sus aciertos y errores y controlar, de este modo, el trabajo. Alentarlos a hablar o participar a aquellos que no lo hacen espontáneamente significa trabajar suponiendo que los chicos pueden progresar y no que van a fracasar.

Este trabajo incorpora a los alumnos en el proceso de evaluación en un lugar diferente del habitual, donde quedan a la espera de la palabra del docente que les ratifica de inmediato si lo que hicieron está bien o no. Si han asumido como propia la tarea de resolución, querrán saber si lo producido es o no una respuesta a la pregunta que organizó el quehacer matemático en el aula. Es en el debate que el conjunto de la clase dará por válida o no una respuesta, lo que llevará a la modificación de los procedimientos que conducen a errores.

En un comienzo, las razones que los alumnos den al debatir se apoyarán en ejemplos, comprobaciones con materiales, como contar chapitas, plegar papeles o tomar medidas, entre otros casos, para luego avanzar hacia el uso de propiedades. A la vez, estas últimas se enunciarán con distintos niveles de formalización: por ejemplo, de *"podés hacer 4 + 3 y te da lo mismo que 3 + 4",* en el Primer Ciclo, a: *"al sumar es posible conmutar",* en el Segundo Ciclo.

Con la intervención del maestro, se reconocerán y sistematizarán los saberes que se van descubriendo. Esta tarea de establecer relaciones entre las conclusiones de la clase y el conocimiento matemático al que se pretende llegar, introduciendo las reglas y el lenguaje específicos, y entre los conocimientos ya conocidos y los nuevos, es una tarea que está siempre a cargo del maestro y que resulta imprescindible para que los alumnos identifiquen qué han aprendido. Para esto, no tenemos que basarnos en ningún esquema rígido. Esas intervenciones pueden darse en distintos momentos, siempre que sean oportunas; es decir que lleguen después de que los alumnos hayan desplegado sus propios razonamientos.

El camino propuesto no implica diluir la **palabra del maestro.** Cuando los chicos están resolviendo los problemas solos o con su grupo, el maestro podrá pasar cerca de cada uno, atendiendo lo que van haciendo, los términos que usan, lo que escriben, quiénes no participan y quiénes siguen atentamente –aun sin hablar– lo que hacen sus compañeros. De tal modo, el maestro tendrá un registro del conjunto de conocimientos que se despliegan en la clase. Esta información será fundamental para tomar decisiones en el momento del debate: ¿qué grupo conviene que hable primero?, ¿cuáles tienen una respuesta similar? Esto permitirá optimizar el tiempo dedicado a la puesta en común de manera que no resulte tediosa para los alumnos.

El docente tampoco queda al margen del debate de la clase, ya que es él quien lo conduce. A veces, las conclusiones a las que los chicos llegan en conjunto son parcialmente válidas, constituyen una respuesta provisoria a la pregunta planteada. Allí, el maestro podrá decir, por ejemplo: *Por ahora acordamos que resolvemos así; en la próxima clase lo seguiremos viendo.* De esta manera, interviene en el proceso sin anticiparse, pero dejando marcas, planteando alguna contradicción. Así no invalidaremos el trabajo de la "comunidad clase", pero dejaremos instalado que hay alguna cuestión que hay que seguir discutiendo.

En relación con el modo de **organizar la clase** frente a las distintas respuestas y tiempos de trabajo de los niños, consideremos la forma habitual. Los docentes usualmente planteamos situaciones para que sean resueltas por todo el grupo, lo que nos permite valorar, corregir, hacer señalamientos como ayuda, aceptando las intervenciones de los alumnos.

Es cierto que es más fácil llevar adelante el trabajo colectivo sobre un único procedimiento, pero de este modo se corre el riesgo de que sólo un grupo de alumnos participe activamente siguiendo al maestro, mientras otros se quedan al margen de la propuesta; y aunque todos lo siguieran, lo aprendido se limita a una única manera de pensar.

La alternativa que proponemos a la organización habitual de la clase, según nuestros objetivos, será organizar la actividad de distintas maneras: individual, por pares o grupos de más alumnos, y aun con distintos tipos de tareas para cada grupo o dentro del mismo grupo, alentando la movilidad de los roles y estando atentos a la posible configuración de estereotipos que, lamentablemente, algunas veces hacen que la discriminación se exprese en la clase de

Matemática. Tanto los momentos de trabajo individual como los compartidos en grupo aportan al alumno un tipo de interacción diferente con el conocimiento, por lo que ambos deberán estar presentes en la clase.

Muchas veces, cuando estamos a cargo de un **plurigrado**, separamos a los niños según el año/grado que cursan y el tema sobre el que están trabajando, y vamos atendiendo a un grupo por vez. Sin embargo, en ocasiones, convendría agruparlos “entre” años, según los conocimientos disponibles y el criterio de avance compartido, y trabajar con un mismo conocimiento. Aquí, lo importante será variar los significados y/o los contextos de uso, para que cada grupo se enfrente con la complejidad que exigen las diferentes posibilidades de aprendizaje y de intereses.

En la propuesta, el **cuaderno** tiene diferentes funciones: en él, cada chico ensaya procedimientos, escribe conclusiones que coinciden o no con su resolución y, eventualmente, registra sus progresos, por ejemplo, en tablas en las que da cuenta del repertorio de cálculos que ya conoce. De este modo, el cuaderno resulta un registro de la historia del aprendizaje y los docentes podemos recuperar las conclusiones que los alumnos hayan anotado cuando sea necesario para nuevos aprendizajes.

En este sentido, conviene además conversar con los padres que, acostumbrados a otros usos del cuaderno, pueden reclamar o preocuparse al encontrar en él huellas de errores que para nosotros juegan un papel constructivo en el aprendizaje. De todos modos, es recomendable discutir con el equipo de colegas de la escuela cómo se registra en el cuaderno la presencia de una producción que se revisará más adelante.

También el **pizarrón** tiene diferentes funciones. Allí aparecerá todo lo que sea de interés para el grupo completo de la clase, por ejemplo: los procedimientos que queremos que los alumnos comparen, escritos por un representante del grupo que lo elaboró o por el maestro, según lo que parezca más oportuno. Convendrá usar también papeles afiche o de otro tipo para llevar el registro de las conclusiones –como tablas de productos, acuerdos sobre cómo describir una figura, etc.– para que el grupo las pueda consultar cuando sea necesario.

Promover la **diversidad de producciones** es un modo de incluir a todos en el aprendizaje, de generar confianza en las propias posibilidades de aprender y de poner en evidencia la multiplicidad de formas de pensar frente a una misma cuestión, así como la necesidad de acordar cuáles se consideran adecuadas en función de las reglas propias de la matemática.

Es muy importante instalar en la escuela las condiciones necesarias para que los niños sientan que los **errores** y los **aciertos** surgen en función de los conocimientos que circulan en la clase, es decir que pueden ser discutidos y valida-dos con argumentos y explicaciones. Es así como pretendemos que los niños vayan internalizando progresivamente que la matemática es una ciencia cuyos resultados y progresos se obtienen como consecuencia necesaria de la aplicación de ciertas relaciones y del debate entre quienes las plantean, y no como una práctica de la adivinación o del azar o un saber que no sufre transformaciones.

De todos modos, sabemos que seleccionar problemas y secuencias de actividades que puedan ser abordadas por los alumnos de la clase con distintas herramientas, e intervenir convenientemente para que todos puedan avanzar, supone para nosotros una dificultad mucho mayor que la de presentar un problema que la mayoría resuelve de la misma manera. Quizá nos dé un poco de tranquilidad saber que a trabajar en grupo se aprende y que, en el inicio de este aprendizaje, hay que tolerar una cuota de desorganización, hasta que los alumnos incorporen la nueva dinámica.

Una cuestión ligada a la organización de la enseñanza que conviene tener en cuenta es la de articular, en cada unidad de trabajo, algún conjunto de actividades que formen una **secuencia** para desarrollar cierto contenido. El criterio que utilizamos al presentar algunos ejemplos en el apartado "Propuestas para la enseñanza" es que en cada nueva actividad de una misma secuencia se tome como conocimiento de partida el que ha sido sistematizado como conclusión en la anterior.

Otra cuestión también ligada a la elaboración de una unidad de trabajo, y que permite mejorar el **uso del tiempo de clase**, es la articulación de contenidos. Por ejemplo, la "designación oral y representación escrita de números" y "la identificación de regularidades de la serie numérica", expresadas en los NAP de 1er año/grado, pueden abordarse en una misma unidad y aun en una misma secuencia. Por ello, es conveniente tener en cuenta que la presentación de los NAP no indica un orden de enseñanza y que, antes de armar las unidades, es indispensable tener un panorama de la totalidad de la propuesta.

Evaluar para tomar decisiones

En cuanto a los objetivos con que presentamos los problemas, podemos plantear distintas opciones: para introducir un tema nuevo, para que vuelvan a usar un conocimiento con el que trabajaron pero en un contexto distinto o con un significado o representación diferentes, o para recuperar prácticas ya conocidas que les permitan familiarizarse con lo que saben hacer y lo hagan ahora con más seguridad. Pero los problemas son también un tipo de tarea que plantearemos para evaluar.

Sin desconocer que cada maestro tomará decisiones de promoción y acreditación en función de acuerdos institucionales y jurisdiccionales sobre criterios y parámetros, queremos poner énfasis en la idea de que un sentido fundamental de la evaluación es recoger información sobre el **estado de los saberes de los alumnos,** para luego tomar decisiones que permitan orientar las estrategias de enseñanza.

Las producciones de los niños dan cuenta tanto de los resultados derivados de nuestras propias estrategias de enseñanza, como de lo que aprendieron y de sus dificultades.

El modo de trabajo propuesto en estas páginas introductorias permite tomar permanentemente información sobre qué saben los chicos sobre lo que se ha enseñado o se desea enseñar. Los problemas seleccionados para iniciar cada tema pueden funcionar para tener algunos indicios de los conocimientos del grupo y considerarlos en un sentido diagnóstico para terminar de elaborar la unidad didáctica. De este modo, la evaluación diagnóstica, en lugar de focalizarse en el inicio del año, se vincula con la planificación de cada unidad.

Al considerar las producciones de los alumnos, pueden aparecer errores de diferente origen, pero muchas veces los que llamamos “errores” no son tales. Algunos de ellos están vinculados con una distracción circunstancial como copiar mal un número del pizarrón que sólo habrá que aclarar. Otros, en cambio, estarán mostrando una forma de pensar provisoria, por ejemplo, cuando los chicos dicen “al multiplicar siempre se obtiene un número mayor que cada factor”. Esto último no es cierto si se considera el campo de los números racionales, pero sí lo es para un chico del Primer Ciclo que lo piensa desde sus experiencias numéricas vinculadas al campo de los números naturales.

En otros casos, se considera como error que los niños utilicen una representación distinta de la convencional. Por ejemplo, producir procedimientos de cálculo para agregar 4 a 16, y escribir la serie 17, 18, 19, 20, en lugar de $16 + 4 = 20$ sería un paso posible para evolucionar del conteo al cálculo y no un error.

Frente a los “errores” descubiertos será necesario: analizarlos, intentar comprender cómo y por qué se producen y plantear actividades de distinto tipo. En el caso de cuestiones presentes en las producciones de muchos alumnos del grupo, habrá que volver sobre la noción involucrada en ese momento, cuestionándolos con ejemplos que contradigan sus ideas. No es evitando los “errores” que se acorta el proceso de aprendizaje, sino tomándolos que se enriquece.

Avanzar año a año en los conocimientos de Primer Ciclo

La mayoría de las nociones matemáticas que se enseñan en la escuela lleva mucho tiempo de elaboración, por lo que es necesario delinear un recorrido precisando el punto de partida y atendiendo al alcance progresivo que debiera tener el tratamiento de las nociones en el aula.

El Eje “Número y Operaciones” incluye como aprendizajes prioritarios, durante el Primer Ciclo, el **uso de los números naturales** en distintas situaciones y el **análisis del valor posicional** de cada cifra en los números.

Para ello, en 1er año/grado se parte de los conocimientos que los niños tienen del recitado de algún tramo de la serie numérica para contar, así como del uso, en algunos contextos, de la numeración escrita y oral en función de cuál es su entorno inmediato y de sus experiencias. Se avanza en el intervalo conocido del recitado, en el uso de la serie oral para el conteo efectivo y en el conocimiento de la serie escrita.

Luego, las propuestas que apuntan a la idea de **valor posicional** se centran en el análisis de regularidades en distintos tramos de la serie numérica y en la producción de escrituras aditivas de los números. En tal sentido, propondremos situaciones que apunten a vincular la serie oral con la escrita, reconociendo el 28 como del grupo de los “veinti…” o del grupo de “los que terminan en 8”, y también como 20 + 8, o 20 + 5 + 3, o 10 + 10 + 8. Es esperable que los alumnos se apoyen luego en este tipo de descomposiciones para efectuar sumas y restas de este número con otros.

En 2º y 3er año/grado se continuará el trabajo sobre las regularidades de la serie numérica, utilizando números más grandes, pues los descubrimientos que los alumnos han hecho en 1º para los números del 1 al 100 no los generalizan a otros intervalos mayores de dicha serie, si no se trabaja sobre ellos. En 2º año/grado tendrán que analizar las regularidades en otras centenas (del 100 al 199, del 500 al 599, etc.) y en 3er año/grado, las que corresponden a los miles. En 2º y 3er año/grado también se desarrolla un trabajo vinculado con el pasaje de la descomposición aditiva a la descomposición aditiva y multiplicativa de los números, por ejemplo, para pasar de pensar 456 como 400 + 50 + 6 a pensarlo como 4 x 100 + 5 x 10 + 6 x 1.

Otro aprendizaje prioritario del Eje “Número y Operaciones” es el de las **operaciones básicas**, tanto en relación con los problemas aritméticos que resuelven como con las formas de calcular. En el Primer Ciclo, es esperable que los alumnos exploren los primeros significados de la suma, la resta, la multiplicación y la división de los números naturales y que calculen en forma exacta y aproximada con distintos procedimientos, apoyándose en un repertorio de cálculos memorizados.

En relación con los significados de las operaciones, ya desde 1^{er} año/grado se comienza con problemas de suma relativos a las ideas de agregar y reunir, y con problemas de resta vinculados con las de quitar, perder y retroceder. Si bien en este año/grado podemos iniciar el trabajo con problemas de complemento y diferencia, estos serán abordados con mayor profundidad durante 2^{o} y 3^{er} año/grado.

Respecto de la multiplicación, en 2^{o} año/grado se empieza con problemas sencillos de proporcionalidad –donde se da como dato el valor unitario–; entre ellos, se incluyen aquellos que admiten una organización rectangular de los elementos, es decir, los que pueden ser colocados ordenadamente en filas y columnas. Estos continúan trabajándose en 3^{o}, ampliando la propuesta con problemas de combinatoria que involucren poca cantidad de elementos. Simultáneamente a los problemas de multiplicación, se presentan los de división. A partir de la relación entre ambos tipos de problemas, los niños irán reconociendo en la multiplicación un conocimiento útil para resolver problemas de división. Es esperable que durante 2^{o} año/grado los alumnos logren resolver problemas de reparto por procedimientos de conteo, de reparto uno a uno y/o por sumas o restas sucesivas. En 3^{er} año/grado podrán utilizar, entre otros recursos, el algoritmo de la multiplicación.

En relación con las **formas de calcular**, es importante considerar como inicio del trabajo la utilización de diferentes procedimientos de cálculo en función de los conocimientos disponibles de los alumnos sobre los números involucrados y sobre las operaciones antes de comenzar con los algoritmos convencionales que todos realizamos de la misma manera. Por otra parte, resultará interesante evaluar con los niños la conveniencia de utilizar el cálculo mental, por ejemplo, para 100 + 300, o el uso de algoritmos escritos, en el caso de que estén en juego números como 128 + 46.

Un trabajo reflexivo sobre el cálculo debe incluir tanto actividades de producción y memorización de repertorios y reglas como un trabajo colectivo centrado en la comparación de una variedad de procedimientos utilizados por distintos alumnos frente a un mismo problema.

Cuando se trabajan los repertorios de cálculos memorizados –aditivo, sustractivo, multiplicativo–, se propicia la toma de conciencia individual de cuáles son aquellos disponibles y, a la vez, se proponen actividades tendientes a que todos los alumnos dominen ciertos cálculos.

Asimismo es importante plantear a los alumnos situaciones que les permitan diferenciar en qué ocasiones será suficiente con realizar un cálculo aproximado –en este caso, se recurrirá a la estimación– y en cuáles será necesario una respuesta exacta. En particular, el cálculo aproximado permite anticipar y evaluar la razonabilidad del resultado.

La **construcción de los algoritmos** en 1er año/grado está centrada en el cálculo horizontal de sumas y restas con distintos procedimientos basados en las descomposiciones aditivas. En 2º se continúa con lo iniciado en 1º y se comienza el trabajo con los algoritmos de la suma y de la resta que se retomarán en 3º. También en 2º, los niños podrán resolver multiplicaciones apelando a sumas reiteradas. En 3er año/grado se abordará el algoritmo de la multiplicación y se propiciará el avance de los procedimientos de resolución de problemas de división, sin considerar el algoritmo usual.

Como parte del trabajo numérico, se considera central apuntar a la reflexión sobre **relaciones numéricas**, tanto en series de números como en cálculos, analizando semejanzas y diferencias y pudiendo establecer conclusiones, de modo que, a largo plazo, los alumnos dispongan de una red de relaciones que facilite el aprendizaje de otros conocimientos, entre ellos, nuevos cálculos. En 1er año/grado este trabajo se centra en pensar, por ejemplo, cómo cambia un número cuando se le suma o se le resta 1 o 10 apoyándose en el estudio de las regularidades de la serie numérica, cómo cambian dos sumandos que tienen por resultado un mismo número como el 10, o cómo se modifica el resultado si en una suma se cambia un sumando por el número siguiente. Dado que en 2º año/grado se continúa estudiando la serie numérica incluyendo otras regularidades, es posible profundizar el trabajo iniciado en 1º planteando, por ejemplo, cómo cambia un número al sumar o restar 100. En 2º también se puede considerar cuál es la regla que funciona en la serie de números de una tabla de multiplicar y también qué ocurre al cambiar el orden de los números en una suma y en una resta. En 3º se avanza trabajando en el mismo sentido con los cálculos, como las sumas y restas de centenas, y relacionando las distintas tablas de multiplicar entre sí.

Al hablar de **tratamiento de la información**, nos referimos a un trabajo específico que permita a los alumnos desplegar ciertas capacidades, como interpretar la información que se presenta en diferentes portadores (enunciados, gráficos, tablas, etc.), seleccionar y organizar la información necesaria para responder preguntas, diferenciar datos de incógnitas, clasificar los datos, planificar una estrategia de resolución, anticipar resultados, etc. Para ello, es oportuno formular preguntas que involucren el uso de sólo algunos datos o que necesiten incluir datos que deberán investigarse pues no están presentes, que tengan una, muchas o ninguna respuesta e, incluso, alguna que se responda sólo identificando parte de la información presente.

La lectura y organización de la información y la recolección y organización de la información obtenida puede iniciarse en 1er año/grado con propuestas en las que la información se presente en imágenes (de un mercado, de una plaza) para luego elaborar tablas o cuadros de doble entrada, etc. El registro de los puntajes de un juego es un momento propicio para reflexionar acerca de cómo organizar una información para que pueda ser entendida por todos con cierta rapidez. En 2º y 3er años/grados continuaremos con lo iniciado en 1º y avanzaremos con situaciones que requieran la interpretación de mayor cantidad de datos contenidos en soportes, como en un gráfico de barras, proponiendo “leer” la información contenida y estableciendo relaciones entre las diferentes magnitudes involucradas.

En el Eje “Geometría y Medida” incluimos el estudio del **espacio**. Los niños construyen, desde pequeños, un conjunto de referencias espaciales mediante la manipulación de objetos y de su progresiva posibilidad de moverse y explorar espacios de diferentes tamaños. Esas referencias espaciales se articulan progresivamente en un sistema que permite ubicar los objetos en el espacio sensible.

Es por eso que en el Primer Ciclo planteamos problemas que ponen en conflicto la referencia inicial del propio cuerpo y que demuestran la insuficiencia de estructurar el espacio sin otros referentes, permitiendo avanzar en la construcción de nuevas referencias que articulen tanto la posición de los sujetos como la de los objetos. Para resolver los problemas, los niños tendrán que describir e interpretar relaciones que les permitan ubicar posiciones, realizar recorridos y comenzar a conocer el espacio representado en diferentes croquis y planos.

En paralelo con el estudio del espacio, se estudian las **formas** de dos y tres dimensiones. Para ello, es posible comenzar a trabajar con las **figuras** y los **cuerpos** sin relacionarlos necesariamente con objetos del mundo sensible. Entre los problemas que pueden presentarse, son fundamentales aquellos en los que los niños deben describir una forma y los que apuntan a la copia, el dibujo, la construcción de una figura o el armado de un cuerpo.

La diferencia en los problemas de descripción a lo largo del ciclo estará dada por las propiedades de las figuras que se incluyan: bordes rectos o curvos, número de lados y de vértices, y ángulos rectos o no, para el caso de las figuras; superficies curvas o planas, número y forma de las caras para el caso de los cuerpos.

En los problemas de copia, dibujo o construcción, la diferencia estará dada no sólo por las propiedades de las figuras sino también por el tipo de papel con que se trabaje, los instrumentos de geometría que se usen y los datos que se den sobre la figura a construir.

En todos los casos, habrá que tener en cuenta diferentes conjuntos de figuras en función de las actividades que se propongan. Al resolver estos problemas, los alumnos irán construyendo algunas propiedades de esas figuras y cuerpos, y apropiándose de un vocabulario específico.

En relación con la noción de **medida**, en el Primer Ciclo las actividades que se desarrollan apuntan a considerar diversas situaciones en las que medir resulte absolutamente necesario. Se trata de introducir a los niños en esta problemática, provocar algunas conversaciones para que expresen sus ideas y ponerlas en discusión. De esta manera, planteamos algunos problemas que permiten a los alumnos construir el sentido de esta práctica social al variar los contextos en los que se requiera la medición y analizando el proceso de medir.

En 1er año/grado, los niños se iniciarán en la medición de longitudes, capacidades y pesos, y en el uso del calendario para ubicarse en el tiempo. En 2º, resolverán problemas con el objetivo de conocer las unidades convencionales más usuales: el metro, el centímetro, el litro, el kilogramo y el gramo, realizando mediciones y estimaciones de las magnitudes mencionadas en objetos de su entorno y discutiendo la forma de escribir la medida. En 3º se avanzará respecto de 2º mediante la inclusión de unidades que sean mitades y cuartas partes de las unidades más usuales.

También, en relación con los conocimientos incluidos en este Eje, se podrá realizar un trabajo de tratamiento de la información, planteando problemas con datos presentados de diferentes formas: en un gráfico, a partir de instrucciones ordenadas, con un enunciado que describe características de las figuras, de las relaciones o de las cantidades, etc. Asimismo, convendrá que la respuesta involucre una, muchas o ninguna solución e, incluso, que alguna se responda sólo identificando determinada información presente.

Articular el trabajo en la clase de 1er año/grado

Al organizar unidades de trabajo, es recomendable articular tanto los contenidos propios del Eje “Número y Operaciones”, como los de este con los del de “Geometría y Medida”.

En relación con el primer Eje, la articulación del trabajo supone, en principio, ir complejizando la tarea en función del intervalo numérico considerado. Por ejemplo, en el inicio del año escolar, habrá que considerar un cierto intervalo numérico, como los números del 1 a 30, para plantear situaciones en las que haya que registrar o interpretar cantidades y posiciones, y leer y escribir números. En paralelo, se podrán presentar situaciones en las que se agregan o quitan elementos en colecciones para que los alumnos las resuelvan con diferentes procedimientos, y recién después escribir una suma o una resta; pero en estas situaciones convendrá comenzar con los primeros números de ese intervalo.

El avance en el conocimiento de la serie numérica progresará al considerar intervalos cada vez más amplios, mientras que el avance en las operaciones se dará en relación con la variedad de problemas y no sólo con el tamaño de los números.

Para iniciar el trabajo sobre el cálculo, tanto de memorización como de reflexión, es necesario que los alumnos hayan explorado antes algunos problemas para poder otorgarles un significado a las operaciones. Así, la posibilidad de recordar las sumas de iguales o de discutir si es lo mismo hacer 8 + 2 que 2 + 8 requiere un apoyo de esos cálculos en contextos ya conocidos.

En cuanto a la articulación entre ambos ejes, es conveniente proponer problemas en donde los números se usen para expresar medidas, como parte de los contextos posibles para presentar las operaciones.

Dado que el trabajo con las nociones espaciales y geométricas no requiere el desarrollo previo de contenidos del Eje "Número y Operaciones", su tratamiento puede iniciarse desde el comienzo del año escolar.

En lo referido a la articulación de los contenidos del Eje "Geometría y Medida", es posible considerar, por ejemplo, actividades que aborden la ubicación espacial a partir de figuras de distintas formas combinadas en un dibujo que hay que copiar.

nap

El reconocimiento y uso de los números naturales, de su designación oral y representación escrita y de la organización del sistema decimal de numeración en situaciones problemáticas.

El reconocimiento y uso de las operaciones de adición y sustracción en situaciones problemáticas.

NÚMERO Y OPERACIONES

EJE

Número y operaciones

Los saberes que se ponen en juego

Para que los alumnos puedan aprender los saberes incluidos en los núcleos, en la escuela tendremos que proponer situaciones de enseñanza en las que se pongan en juego distintos aspectos de estos. Se trata de que los conocimientos matemáticos aparezcan en el aula asociados con los distintos problemas que permiten resolver, para luego identificarlos y sistematizarlos.

Esto es:

- usar números naturales de una, dos y más cifras, a través de su designación oral y representación escrita, al determinar y comparar cantidades y posiciones;
- identificar regularidades en la serie numérica para leer, escribir y comparar números de una, dos y más cifras, y al operar con ellos;
- usar las operaciones de adición y sustracción con distintos significados, evolucionando desde procedimientos basados en el conteo a otros de cálculo;
- realizar cálculos exactos y aproximados de números de una y dos cifras, eligiendo hacerlo en forma mental o escrita en función de los números involucrados;
- usar progresivamente resultados de cálculos memorizados (sumas de iguales, complementos de 10) para resolver otros;
- explorar relaciones numéricas* y reglas de cálculo de sumas y restas, y argumentar sobre su validez, y
- elaborar preguntas a partir de distintas informaciones (ej.: imágenes, enunciados incompletos de problemas, cálculos, ...).

* Las relaciones numéricas que se exploren estarán vinculadas con los conocimientos disponibles sobre el sistema de numeración y/o las operaciones.

Propuestas para la enseñanza

En este apartado intentamos precisar el alcance y el sentido de los saberes que se priorizan en el Eje “Número y Operaciones” dando algunos ejemplos de actividades para desarrollar en el aula y de producciones de los niños.

Además, desarrollamos posibles secuencias de enseñanza que muestran el tipo de trabajo matemático que se propone desde el enfoque explicitado en “Enseñar Matemática en el Primer Ciclo”.

Para leer y escribir los números naturales

Los números naturales se usan al contar los elementos de una colección para determinar cuántos son o para saber en qué posición se encuentra alguno de ellos cuando la colección está ordenada, es decir, con una función cardinal u ordinal. Por otra parte, tanto la designación oral, o sea, la forma de nombrarlos, como la escritura convencional con cifras, son formas de representación de los números.

En algunos casos, los números se usan como símbolos para identificar un elemento entre otros, por ejemplo, el número de la camiseta de un jugador lo identifica en su equipo, o el número de la línea de un colectivo lo diferencia del resto de los que circulan en una ciudad.

Para que los niños avancen en el conocimiento de los números, es importante que ofrezcamos una amplia y variada gama de problemas. Entre ellos, algunos en los que puedan: mejorar el dominio de la serie oral y del conteo efectivo, registrar cantidades e interpretar registros realizados por otros, establecer relaciones entre la serie oral y la serie escrita, y comparar y ordenar cantidades y números.

Esta variedad de problemas deberá adecuarse a lo que ellos saben cuando entran a 1er año/grado, ya sea por su experiencia cotidiana o a partir de sus experiencias escolares. Sus conocimientos numéricos pueden ir desde el recitado de algún tramo de la serie numérica, la escritura de algunos números en situación de registro de cantidades o la comparación de cantidades, hasta resolver problemas que, por ejemplo, impliquen la transformación del número de elementos de una colección. Estos conocimientos son diferentes para cada chico, y los docentes podremos proponer diversas actividades que permitan a cada uno progresar respecto de sus puntos de partida. Es importante considerar que los distintos conocimientos sobre los números y las operaciones se extienden gradualmente para cada niño y el avance no se produce de manera uniforme. Por ejemplo, los alumnos pueden, en un determinado momento, saber contar hasta

30, pero sólo operar hasta 10, o conocer la lectura y escritura de algunos números aislados (su edad, el número de un colectivo, de su calle o de su casa) o bien de algunos "nudos" de la serie numérica (10, 20, 30, 40, ...) pero no de los números intermedios (15, 36, 48).

Es importante iniciar el trabajo numérico con un tramo de la serie numérica y no con los números uno a uno, pues esto último limitaría la variedad de problemas que pueden presentarse. Además, si queremos partir de lo que saben, no se puede descartar que ellos ya disponen de conocimientos como los mencionados. Por último, el trabajo con las regularidades de la serie numérica requiere analizar tramos que contengan una cantidad de números que permitan establecer relaciones.

Plantear situaciones para determinar cantidades y posiciones

Avanzar en la posibilidad de contar cantidades de manera efectiva supone poder recitar la serie numérica oral ordenada y sin omisiones, asignar cada palabra/número a cada uno de los objetos que se van a contar, de manera que ningún elemento quede sin contar ni sea contado dos veces, y reconocer que el último número enunciado expresa la cantidad total de objetos de esa colección, es decir su cardinal.

Respecto del recitado de la serie numérica oral, si bien los niños ingresan en el 1$^{\underline{er}}$ año/grado conociendo algún intervalo de aquella, suele haber muchas diferencias en el dominio que tienen de esos intervalos. Por ejemplo, pueden contar hasta 10 comenzando desde 1, pero no contar desde 10 hasta 1, o hasta 10 comenzando desde 5.

Para conocer lo que saben sobre el recitado, podemos prestar atención a, por ejemplo, la forma de contar cuando juegan a las escondidas o al contar para ver cuánto tiempo tardan los chicos en hacer determinada actividad. Podremos luego analizar las omisiones de ciertos números, las formas particulares de nombrar otros (los chicos suelen decir "dieciuno" en lugar de once) o las repeticiones por desconocimiento de los nombres de las decenas enteras y su orden.[1]

[1] **Recomendación de lectura.** Para ampliar la información sobre los modos de recitar la serie que usan los niños en el inicio de 1$^{\underline{er}}$ año/grado, se recomienda leer "La serie numérica oral", en: *Orientaciones didácticas para el Nivel Inicial*, en Internet. Los datos completos de todas las obras citadas en este *Cuaderno* se hallan en la Bibliografía final.

Para ampliar los conocimientos de los alumnos sobre el recitado de la serie, es posible proponer un juego como el siguiente.

> **"Pum al 50":** recitar la serie numérica.
> **Organización de la clase:** los chicos se sientan en dos rondas.
> **Desarrollo:** en cada una, van diciendo por turno, uno cada uno, los números en orden. Los que deben decir 10, 20, 30, etc., en lugar del nombre del número, dicen PUM. Si alguno se equivoca, el jugador siguiente vuelve a empezar. Cada ronda gana un punto al llegar a 50. Después de un tiempo determinado, gana la ronda que obtuvo más puntos.

Una situación en donde los números se usan para recordar la cantidad de elementos de una colección es la de armar una colección que tenga tantos elementos como otra dada. Por ejemplo, una consigna podría ser *Busquen en el armario las tijeras que hagan falta para que cada compañero tenga una y sólo una.* En esta situación, los alumnos podrían recurrir a distintos procedimientos como llevar de a una tijera por vez o tomar un montón, al azar, sin contar, y devolver las que sobren o completar las que falten; o contar a los niños para luego contar cuántas tijeras se deben traer. Todos los procedimientos de resolución son válidos, pero los dos primeros no son tan económicos como el tercero. En este caso, el conteo de los niños y el recordar el cardinal permiten construir una nueva colección: la de tijeras necesarias para darle una a cada uno.

Para promover la evolución de los procedimientos y que todos los alumnos usen el conteo, en otra clase podemos modificar la consigna agregando: *Que no sobre ni falte ninguna tijera y en un solo viaje.*

Otra situación para usar los números –en este caso, para evocar el lugar ocupado por un elemento en una lista ordenada sin tener que recordar toda la lista– es ordenar un conjunto de tarjetas cada una de las cuales tiene un cuadrito de una historieta. Antes de guardar las tarjetas, y explicando que al día siguiente van a seguir trabajando con la historieta, se puede plantear la identificación de la posición con un número *para volver a armarla igual.* Lo mismo podría ocurrir si se ha tenido que armar una fila de chicos y se quiere conservar el orden de sus posiciones, por ejemplo, en una muestra de Educación Física.

También es posible usar el conteo para anticipar el resultado de una acción no realizada sobre la que se cuenta con información que permite resolverla. Es el caso de anticipar el total cuando a una cantidad se le agrega otra, sobre lo que daremos ejemplos en el apartado "Para operar al resolver problemas con distintos procedimientos", o el de anticipar la posición de un elemento en una serie cuando se sabe de dónde se partió y cuánto hay que avanzar o retroceder. Un ejemplo de situación para este último caso es la que sigue.

> **"Decir antes de mover":** anticipar la posición de una ficha en una serie ordenada.
> **Materiales:** una pista numerada como las del Juego de la Oca, una ficha de color para cada jugador, un dado.
> **Organización de la clase:** grupos de hasta cuatro chicos.
> **Desarrollo:** en su turno, cada jugador tira el dado y debe anticipar en qué casillero va a caer su ficha. Luego de decirlo, si sus compañeros acuerdan, desplaza la ficha. Si no acuerdan, no la desplaza. Gana el que llega primero a la meta.

Plantear situaciones para analizar la escritura de los números

Hay situaciones en las que la designación oral, la lectura y la representación escrita de las cantidades aparece como una necesidad para resolverlas. Es el caso de algunas situaciones cotidianas del aula, como la toma de asistencia o la de inventariar los materiales de los que se dispone en el aula, para averiguar *cuántos tenemos de cada uno para organizar el trabajo* y tomar decisiones sobre cómo hacerlo si no alcanzan para todos. Esto puede hacerse en relación con los útiles escolares, los libros de la biblioteca, los materiales para plástica, etcétera.

También las situaciones en las que se anota el puntaje de diferentes juegos dan oportunidad a los niños para producir registros de cantidades[2] o interpretar los realizados por otros. Puede, por ejemplo, proponerse un juego con dados como el siguiente.

[2] **Recomendación de lectura.** Otra situación donde los juegos se usan como un recurso para anticipar cuándo a una cantidad se le agrega otra es el "Juego de la caja", que se describe en Parra (1992), *Los niños, los maestros y los números* documento de la Secretaría de Educación de la Municipalidad de la Ciudad de Buenos Aires.

"Quién tiene más": anotar y contar.
Materiales: un dado para el grupo, un lápiz y un hoja por chico.
Organización de la clase: grupos de cuatro chicos.
Desarrollo: cada uno de los cuatro jugadores debe tirar, en su turno, un dado, y al cabo de tres vueltas, determinar cuál sumó la mayor cantidad de puntos. El registro de los puntos que se van sacando se hace necesario con el fin de saber lo que cada uno obtuvo cada vez.

En este contexto, los alumnos producen escrituras, tanto gráficas como numéricas.

Algunas posibles notaciones.

Para avanzar en el reconocimiento de la serie escrita después de los primeros números, es conveniente que los alumnos establezcan relaciones entre aquella y la serie oral ya conocida. Un recurso que permite proponer problemas con este propósito es la banda numérica. Se trata de una tira de cuadraditos con los números de la serie escritos en orden desde el número 1, que se puede extender al comenzar el año por lo menos hasta 30, y a la que se irán agregando intervalos de la serie según el estado de conocimiento de los alumnos. Es importante que la extensión inicial de la banda exceda la numeración que los niños ya dominan.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Cuando proponemos una actividad en la que los niños deben escribir números o interpretarlos, si ya disponen de la herramienta del conteo, podrán consultar la banda como si fuera un diccionario. Es decir que podrán recurrir a la ella para relacionar la palabra-número con su signo correspondiente. Así, cuando un alumno quiere saber cómo se escribe el 12, se acercará a la banda (que puede estar en la pared del aula) y podrá efectuar un conteo –empezando desde el 1 o desde un número conocido– y establecer una correspondencia entre cada palabra-número de la serie oral con un casillero hasta arribar al número buscado. También puede suceder a la inversa: si un chico quiere saber cómo se nombra un número que se le presenta en forma escrita, habiéndolo reconocido en la banda, podrá empezar a contar estableciendo la misma correspondencia hasta llegar al casillero y así enunciar el nombre correspondiente de ese número. Además, es conveniente que en un lugar accesible del aula haya algunas bandas "portátiles" disponibles para los alumnos que así lo requieran. Es recomendable iniciar la banda con el uno (y no con cero) ya que si un niño, después de contar una colección de elementos, quisiera saber cómo se escribe el 4 podría señalar el 3 si la banda comenzara desde el 0.

A partir de considerar porciones de la serie, podremos proponer a los alumnos diversas actividades ligadas con el conocimiento de los números como parte de la serie: el reconocimiento del anterior o del siguiente de un número dado y el número entre otros dos. Por ejemplo:

Completá los números faltantes:

1	2		4			7			
20	21			24				28	

Descubrí el o los números incorrectos sabiendo que el remarcado es el que está bien ubicado:

4	5		8					12

Identificá el o los números invertidos o mal ubicados sabiendo que el remarcado está bien ubicado:

10	11	21	13	14	15	61	17	18

Para realizar estas actividades, es conveniente quitar o tapar la banda colgada en la pared del aula, para que cada alumno resuelva con sus propios conocimientos. Luego de realizadas las consignas, los alumnos podrán confrontar como completó cada uno y, en los casos en los que no haya acuerdo, podrán recurrir a la banda con el fin de validar sus respuestas.

En cuanto a la lectura de números, también es importante garantizar la presencia en el aula de diferentes portadores de información numérica de uso social, como calendarios, cintas métricas, termómetros, listas de precios, pues, además de funcionar como referencia del uso social de los números, permiten presentar diferentes problemas donde hay que leer números.

Plantear situaciones para comparar y ordenar cantidades y números

Entre las situaciones centradas en trabajar el orden de la serie numérica, se encuentran aquellas donde hay que comparar cantidades o números.

Por ejemplo, el juego de cartas conocido por algunos chicos y grandes con el nombre de “La Guerra” –al que nosotros denominamos “El mayor”– permite comparar cantidades si se juega con cartas que tienen dibujos y números. Las cartas con la doble representación (dibujos y números) permiten que compartan el juego alumnos que poseen distintos conocimientos numéricos y que, por lo tanto, utilizan estrategias iniciales diferentes. Para unos niños bastará con mirar el número para saber cuál es la carta mayor; otros necesitarán contar todos los elementos dibujados, y algunos recurrirán a la banda para comparar los números, etc. Por otra parte, tampoco será lo mismo que intervengan dos, tres o cuatro jugadores. En el primer caso, sólo comparan dos números, con lo que la tarea es menos compleja.

> **“El mayor”:** comparar cantidades o números.
> **Materiales:** un mazo de cartas españolas sin las figuras o un mazo formado por dos cartas de cada uno de los dígitos del 1 al 9 por pareja.
> **Organización de la clase:** en parejas.
> **Desarrollo:** se reparten las cartas equitativamente entre los dos jugadores. Cada uno coloca su mazo con los números y/o dibujos tapados y, al mismo tiempo, ambos darán vuelta la carta de arriba. El que tiene la más alta se lleva las dos (la propia y la de su compañero). Si hay empate, cada participante debe colocar una segunda para definir quién ganó esa partida. En este caso, el ganador se llevará cuatro cartas (dos propias y otras dos del contrincante). El juego termina cuando se acaba el mazo inicial de cada jugador y gana el que obtuvo mayor cantidad de cartas.

A medida que los niños avancen en el conocimiento de la serie numérica, el mazo podrá contener los números hasta 100. Al analizar el juego, y también utilizando la banda, se puede reflexionar con los chicos acerca de que a cada número le corresponde un lugar en la serie ordenada, que cuanto más alejado esté del inicio es mayor, que la serie se puede prolongar tanto como se desee, etcétera.

Luego de cualquier propuesta de juego, es importante incluir situaciones problemáticas que evoquen la actividad lúdica recientemente efectuada.[3]

Algunas sugerencias de actividades para proponer después de este juego serían:

- Marcá la carta ganadora:

5 8

- Diego da vuelta una carta y saca 8. ¿Qué número tendrá que sacar Nicolás para ganar?

A partir de la resolución de la segunda situación podemos generar una discusión acerca de si hay una única respuesta, tratando de que los niños fundamenten sus conclusiones.

Una variante del juego anterior que permite trabajar con el orden y la comparación de números más grandes que los dígitos, consiste en jugar a “El Mayor” con cartas sin dibujos, con dígitos del 0 al 9 y cambiando las reglas. En este caso, en cada jugada los alumnos darán vuelta dos cartas a la vez y tratarán de armar el número más alto. Aquel que lo logre se lleva las cuatro cartas. Este juego acepta otras variantes, por ejemplo, se puede modificar el objetivo a: *el menor gana* o *el número más cercano a 50 gana*. En cada uno de estos casos se podrá arribar a distintas conclusiones como: *el que tiene la carta más alta gana, el que tiene la más baja gana, conviene sacar un 4 o un 5*. Otra posible modificación para implementar con alumnos más avanzados es proponer que saquen tres cartas cada uno y que elijan dos para formar el número más alto.

En este juego, entonces, la elección del tipo de cartas y de la cantidad de jugadores serán variables a tener en cuenta para adaptar el juego a los conocimientos de los alumnos.

[3] En el apartado “Los contextos”, de “Enseñãr Matemática en el Primer Ciclo”, se plantea la necesidad de articular el juego con otras actividades para que éste pueda constituirse en un recurso de enseñanza.

Secuencia para contar y anotar cuántos hay: "Los coleccionistas"

La secuencia de "Los coleccionistas"[4] incluye varias actividades para que los alumnos puedan producir e interpretar escrituras numéricas, y para que se inicien en situaciones de suma. Con la consigna adecuada, también permite hacer evolucionar las estrategias de los alumnos del conteo al sobreconteo (contar el total de dos cantidades sin volver a contar la primera desde 1) y desde allí a distintas estrategias de cálculo.

Los materiales que se coleccionen podrían ser luego usados como insumo para trabajar en otros campos de conocimiento. Por ejemplo, al desarrollar el Eje "Los materiales y sus cambios" en el Cuaderno de Ciencias Naturales.

Actividad 1

Empezaremos por proponer a los alumnos que se conviertan en verdaderos "coleccionistas". Cabe aclarar que, en estas colecciones, todos los elementos deberán pertenecer a la misma clase y ser diferentes entre sí. Por ejemplo, tapas de distintos envases (bebidas, artículos de limpieza, de tocador, lácteos...), piedras, caracoles, figuritas, bolitas, etc. Los objetos a coleccionar deberán ser fáciles de conseguir y es recomendable evitar los frágiles, por ejemplo, hojas secas de árboles, ya que no soportarían al reiterado conteo que requiere la actividad.

Una vez que se conversa el tema, se pueden formar parejas y cada una decidirá el tipo de elemento que va a coleccionar y, a partir de ese día, todos juntarán la mayor cantidad posible de elementos para aumentar tanto su colección como la de sus compañeros.

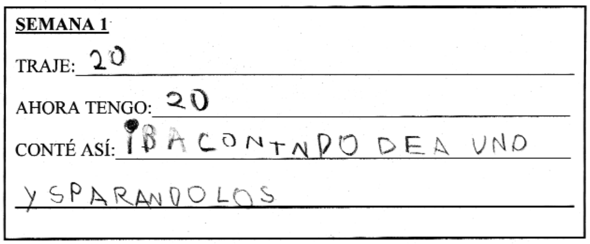
También se estipulará qué día de cada semana se realizarán el conteo y el registro de cada colección.

Si es posible, puede resultar interesante invitar a un coleccionista para que les explique a los niños las características de su *hobby*, cómo consigue los elementos, cómo los guarda, cómo registra el aumento de su colección.

[4] Adaptación de la "Propuesta III. Coleccionar", en Broitman, C., Kuperman, C. y Ponce, H., 2003.

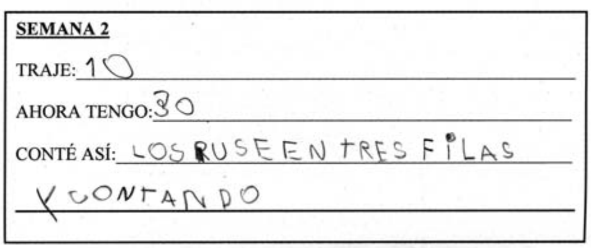
Actividad 2

Para el primer día en que se controla cuántos elementos juntó cada uno, cada pareja realizará el conteo. Una pregunta que promueve la necesidad de registrar la cantidad de elementos contados hasta ese momento es *¿cómo hacer para no tener que volver a contarlos la semana siguiente?*[5]
Luego, cada chico de cada pareja recibe una hoja como la siguiente para llevar su propio registro.


SEMANA 1
TRAJE: 20
AHORA TENGO: 20
CONTÉ ASÍ: IBA CONTANDO DEA UNO
Y SPARANDOLOS

Actividad 3

Para el próximo día de control, los chicos deberán completar nuevamente sus fichas individuales. Las consignas serán ¿cuántos elementos nuevos trajeron? y ¿cuántos elementos tiene cada uno en la colección? En la ficha también deben completar cómo hicieron para contarlos.


SEMANA 2
TRAJE: 10
AHORA TENGO: 30
CONTÉ ASÍ: LOS RUSE EN TRES FILAS
Y CONTANDO

[5] La importancia de que el conocimiento que se quiere enseñar sea un recurso necesario para resolver los problemas que se presentan se explicita en el apartado "La gestión de la clase", de "Enseñar Matemática en el Primer Ciclo", en el comienzo de este *Cuaderno.*

Como se propone averiguar el total de lo juntado en las dos semanas, ya en esta es esperable que aparezcan estrategias de sobreconteo, es decir, que los chicos puedan contar a partir de una cantidad sin necesidad de volver a empezar desde 1. Por ejemplo, si la primera semana tenía 20 y la segunda semana agrega 8, para saber el total hace 20, 21, 22, 23 .... 28. Tendremos que centrar la reflexión alrededor de las ventajas de este procedimiento y tener en cuenta que, para desplegarlo, los alumnos deben poder continuar la serie numérica desde un número cualquiera.

Cuando el docente lo considere oportuno, también puede proponer armar un registro de todo el grupo, por ejemplo, en un afiche que se cuelgue en el aula y que se vaya completando.

	1ª semana	**2ª semana**	**3ª semana**	**4ª semana**
Martín y María (tapas)				
Pablo y Juan (envoltorios de golosinas)				
Diego y Pedro (tornillos)				
Nati y Ana (botones)				

Es necesario que, durante los momentos de trabajo de los chicos, circulemos por el aula, atentos a sus diálogos y producciones numéricas, ya que ambos podrán convertirse en el eje de la puesta en común de la actividad.

En el caso de esta propuesta podremos escuchar diálogos como el siguiente.[6]

Maestra: *–Y vos, Gastón, ¿cuántas piedritas tenés en total?*
Gastón: *–Cincuenta y seis.*
Maestra: *–¿Querés pasar a escribirlo en la tabla grande?* (Alude al cuadro de doble entrada escrito en un papel afiche colgado en el frente del aula y a la vista de todos. Gastón ubica el casillero que le corresponde en la tabla y anota 506.)
Martín: *–¡Así nooo!*
Maestra (dirigiéndose a toda la clase)**:** *–A ver, veamos. Gastón escribió de esta manera el cincuenta y seis* (señalando escritura 506) *y Martín dice que no se escribe así. ¿Qué piensan los demás?*
Camila: *–Para mí, está bien porque mirá* (acercándose a la tabla en el papel afiche y señalando la escritura

[6] En el apartado "La gestión de la clase" de "Enseñãr Matemática en el Primer Ciclo", se precisa el sentido del intercambio grupal en las puestas en común.

de Gastón), *si vos decís "cincuenta"* (marca con el dedo el 50 del 506) *y "seis"* (ahora señala el 6)*, está todo. Si decís el número en voz alta "cincuenta y seis"* (lo repite lentamente) *y comparás con lo que escribió Gastón, está bien, es igualito…*
Martín: *–Pero yo tengo sesenta y tres tapitas que es más que cincuenta y seis y lo escribí así* (señala el 63 en la tabla).
Maestra: *–Y entonces… ¿cuál es el problema, Martín?*
Martín: *–Y que Gastón no puede usar tres números para escribir la cantidad de piedritas que tiene, mientras que yo, que tengo más tapitas que él, usé dos números nada más.*
Maestra (A toda la clase.): *–¿Escucharon lo que dice Martín? ¿Qué piensan los demás?*
(Muchos hablan simultáneamente.)
Maestra: *–A ver, tratemos de hablar de a uno porque así no nos entendemos. Dale, Camila, contanos qué pensás.*
Camila (Pensativa.): *–Yo creo que los dos tienen algo de razón… lo que dice Martín es cierto, si él tiene más tapitas, no puede usar menos números que Gastón que tiene menos piedritas, pero no sé cómo escribirlo de otra manera…*
Maestra: *–¿Quién la puede ayudar? ¿En algún lugar del aula podemos encontrar escrito el número 56?*
Varios juntos: *–En el cuadro de números, en el centímetro…* (Se escucha que alguien menciona el almanaque, pero inmediatamente otros alumnos le dicen que no llega a ese número, que los meses tienen como mucho 31 días.)
Juan: *–No hace falta ir a buscarlo; el cincuenta y seis se escribe así* (Pasa y escribe en el pizarrón 56.)
Maestra: *–¿Cómo harías para convencer a Gastón de que se escribe de esa manera?*
Juan (Dirigiéndose a Gastón.): *–El cincuenta está, pero el cero del cincuenta no se ve porque quedó tapado por el 6.*

Los alumnos saben que frente a la comparación de números de diferente cantidad de cifras "a mayor cantidad de cifras más grande es el número" y que frente a la comparación de números de igual cantidad de cifras "el primero es el que manda". También saben que el 63 es mayor que el 56 *porque lo digo después, porque está más lejos del 1*.

Al mismo tiempo, para producir escrituras, se apoyan en las informaciones que extraen de la numeración hablada y en su conocimiento de la escritura convencional de los nudos o números redondos. Por eso, la escritura de Gastón denota el carácter aditivo del número *se dice 50 y 6* registrando 506. Frente a estas situaciones es frecuente escuchar a los alumnos decir: *te lo dice el número, 45 es cuarenta y cinco.*

A partir de confrontar las diferentes escrituras numéricas de los alumnos y atendiendo las argumentaciones que las fundamentan, es que estas hipótesis entran en contradicción y les permiten avanzar hacia la notación convencional.[7]

Es importante que el docente no cierre las preguntas de los alumnos dando su propia respuesta. Cuando la maestra pregunta: *¿qué piensan los demás?* o *¿Cómo harías para convencer a Gastón de que se escribe de esa manera?*, devuelve la pregunta al grupo y promueve el intercambio.

Actividad 4

Al cabo de, por ejemplo, cuatro semanas, se puede proponer un control de lo realizado hasta el momento, haciendo un "recuento de las colecciones". Teniendo en cuenta que cada colección es más grande, es posible que aparezcan diferentes estrategias de conteo: agrupar según la conveniencia de 2 en 2, de 5 en 5, de 10 en 10, hacer anotaciones parciales y organizar la forma de contar más operativa. Esto dependerá de los conocimientos que tenga cada pareja de alumnos.

Es importante tener en cuenta que durante el transcurso de la secuencia se sostenga el interés de los alumnos por armar las colecciones, pues esto es lo que le da sentido a la actividad. Si ello no ocurre, habrá que finalizarla y retomar los contenidos no desarrollados en otras actividades.

Para conocer el sistema de numeración

Al analizar cómo se escriben los números en el sistema de numeración decimal posicional, es posible tener en cuenta cómo se representa una cierta cantidad cuando se agrupan sus elementos de a 10, luego esos grupos de a 10, y así sucesivamente, y se escribe en orden de derecha a izquierda la cantidad de elementos sueltos (unidades), grupos de 10 elementos (decenas), grupos de grupos de 10 (centenas), etcétera.

Otra manera de analizar la forma de escribir cantidades es considerar la serie numérica o algún tramo de ella. En este caso, es posible advertir ciertas regularidades, que se deben a la organización decimal del sistema de numeración en

[7] **Recomendación de lectura.** Para profundizar en el conocimiento de las hipótesis de los alumnos acerca de la escritura de los números se recomienda la lectura de el artículo de Sadovsky y Lerner, "El sistema de numeración. Un problema didáctico", en Parra y Saiz, 1994.

uso. Cuando la cantidad representada va aumentando de a 1, la cifra de las unidades va cambiando desde 0 hasta 9 mientras se mantienen iguales las demás. La cifra de las decenas se mantiene igual en 10 números seguidos antes de cambiar al siguiente recorriendo también de 0 a 9, es decir, 10 números con 1, 10 con 2, etcétera.

Un análisis similar se puede hacer para las demás cifras y también para analizar qué cambia cuando se aumenta de a 10, de a 100, etcétera.

De la forma de leer los números, es posible derivar una forma de escribirlos en forma aditiva que se relaciona también con el conocimiento del sistema de numeración. Por ejemplo, si leemos "veinticuatro" para 24, es posible pensar en escribirlo como 20 + 4.

La explicitación y el análisis sobre las regularidades de nuestro sistema de numeración, así como la composición y descomposición aditiva de cantidades, irán dando lugar a que los alumnos construyan la idea de valor posicional de un modo incipiente, y llevará varios años de la escolaridad lograr una comprensión más acabada de esta noción.

En este 1er año/grado, se sugiere no introducir las nociones de unidad, decena y centena ya que considerar, por ejemplo, que en el número 35 hay 3 decenas y 5 unidades supone la descomposición 3 x 10 + 5 que implica la multiplicación (aún cuando esta escritura no se presente), tema que se comenzará a trabajar en 2º año/grado.

Plantear situaciones para analizar regularidades

El trabajo de reconocimiento de las regularidades de la serie numérica puede realizarse por medio de un cuadro de números hasta el 100 organizados como indica la figura 1. Algunas regularidades de la serie escrita que podemos trabajar en 1er año/grado son: que en la última cifra de esos números se da una secuencia siempre repetida de 0 a 9; que la anteúltima cifra se mantiene igual para diez números y también cambia de 0 a 9; y que si agrego 10 a un número y en el cuadro "voy al casillero de abajo" aumenta en uno la anteúltima cifra.

Para trabajar esto con los alumnos, es conveniente apoyarse en el conocimiento de la serie oral con el que cuentan los niños (la forma de decir los números es en ocasiones aditiva: para decir 43, se dice cuarenta y tres y no una expresión que nombre cada cifra en la posición que ocupa cuatro tres) y apuntar al descubrimiento de las regularidades de la serie oral (veinti, treinti, ...) y de sus relaciones con la serie escrita (20, 21, 22, 23, ... comienzan con 2, y 30, 31, 32, 33 comienzan con 3).

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
100									

Figura 1

A partir del cuadro numérico, podremos plantear distintas preguntas que orienten la exploración y la reflexión de dichas regularidades, como por ejemplo: ***¿qué características comunes tienen los números de una misma fila?*** o ***¿y de una misma columna?, ¿en qué se diferencian los números de la primera con los de la tercera fila?***, etcétera.

Conviene que tengamos en cuenta que disponer de un recurso como el cuadro con varios tramos de la serie escrita facilitará el establecimiento de esas regularidades y que en parte de la segunda fila la relación entre la serie oral y la escrita es diferente. Cuando los chicos cuentan en voz alta: *... nueve, diez, dieciuno, diecidos...* están intentando “regularizar“ los nombres de ese tramo de la serie.

Las regularidades pueden constituirse en un conocimiento en el que los alumnos se apoyen para resolver situaciones de comparación de números (32 es mayor que 23 porque en la serie primero están los “veinti” y después los “treinti”), y también para escribir los números como adiciones (17 + 16 = 17 + 10 + 6) y sustracciones (25 – 12 = 25 – 10 – 2). Esto aumenta las posibilidades futuras de los alumnos en relación con su dominio del cálculo.

Secuencia para identificar regularidades: “El castillo”

La secuencia del juego “El castillo”[8] es una propuesta para trabajar sobre las regularidades, ya que permite que los chicos enuncien frases como: *en esta columna todos los números terminan en…; en esta fila todos comienzan con...; todas las filas terminan en 9; después de los casilleros terminados en 9 viene uno que termina en 0; si bajo un casillero es lo mismo que sumar 10; si subo un casillero es lo mismo que quitar 10,* etcétera.
El nombre de la secuencia se debe a que se puede presentar el cuadro de números hasta 100, como el registro de las 100 habitaciones que tiene un castillo.

Actividad 1

Se presenta el cuadro con algunos números tapados para que los niños averigüen cuáles son (figura 2). *Deben decir cuál es el número o escribirlo y explicar cómo se dieron cuenta.*

0	1	2	3	4	5	6	7		9
10	11	12	13		15	16	17	18	19
20	21	22		24		26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45		47	48	49
50		52	53	54	55	56	57	58	
60	61	62	63		65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77		79
80	81		83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96		98	99
100									

Figura 2

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10									
20									
30									
40									
50									
60									
70									
80									
90									
100									

Figura 3

Por ejemplo, algunas verbalizaciones de los alumnos pueden ser: *es el 24 porque viene después del 23 y/o antes del 25; porque conté desde el principio; porque está en la fila del veinte y conté cuatro lugares; porque está en la fila de los veinti y en la columna de los que terminan en 4.*

[8] Adaptación de Parra, C., *Los niños, los maestros y los números,* op. cit.

Confrontando las argumentaciones que dan los distintos chicos se podrán generar acuerdos acerca de la conveniencia de utilizar una u otra estrategia según el número en cuestión. Por ejemplo, comenzar a contar desde 0 puede resultar eficaz para averiguar los números pequeños que estén tapados, pero no así cuando se trata de números más grandes, como el 97.

Actividad 2

Se presentan tablas incompletas como la de la figura 3 y se les pide a los alumnos que *completen los casilleros marcados*. Se pretende que ellos utilicen como procedimiento el establecimiento de relaciones entre los números que encabezan las filas y las columnas. Por ejemplo, un alumno lo puede pensar así: *si el casillero está en la columna de los terminados en 2 y en la fila de los cincuenti... es el 52.* Otro lo puede pensar contando desde 50: *50, 51, 52*.

Actividad 3

Avanzados en el trabajo, se pueden presentar extractos de cuadros para completar como: *completá los casilleros marcados teniendo en cuenta un solo dato: el número indicado* (fig. 4) y *encontrá el/los números mal ubicados sabiendo que el remarcado es correcto* (fig. 5). Aquí, es necesario hacer hincapié en que se presenta sólo una parte de un cuadro y no un cuadro de 5 por 5, pues de lo contrario pueden suponer que el 25 está ubicado correctamente.

			18	
$\boxed{}$				
		$\boxed{}$		
				$\boxed{}$

Figura 4

10		$\boxed{12}$	13	
20				24
25				
		45		

Figura 5

Los cuadros de números hasta 100 también pueden ser un recurso para el trabajo con las escalas ya que se puede pedir que: *coloreen los casilleros en los que se va a caer si se cuenta de 2 en 2, de 5 en 5, de 10 en 10,* comenzando a partir de distintos números.

Las actividades que integran la secuencia apuntan a que los alumnos reconozcan los números por su escritura, localicen los números en una tabla organizada en filas de 10, usen los nombres de las decenas para leer números y tomen conciencia del valor de cada cifra en la escritura de un número.

Cabe destacar que es importante memorizar un intervalo para reflexionar sobre las regularidades, pero, al mismo tiempo, que conocer las regularidades contribuye a la memorización.

Plantear situaciones para escribir los números de distintas formas

El trabajo realizado en torno de la escritura de un mismo número con diferentes sumas y restas apunta a que los alumnos conciban los números relacionados entre sí a modo de una red. Así, el 12, por ejemplo, podrán ir asociándolo, entre otras sumas y restas, con 10 + 2; 11 + 1; 6 + 6, 5 + 5 + 2, y también con 13 – 1; 20 – 8. Esta red podrá ampliarse en otros años con expresiones multiplicativas que darán lugar al establecimiento de nuevas relaciones entre números, como las de múltiplo y divisor.

En 1[er] año/grado, un recurso que apunta a que los alumnos produzcan escrituras aditivas de números y, entre ellas, la que expresa el valor posicional de sus cifras, es el trabajo con billetes y monedas. Este contexto tiene la ventaja de resultar familiar para muchos niños y permite comprobar los resultados obtenidos por medio del cálculo.

Para poder iniciar el trabajo con dinero, es condición que los alumnos diferencien la cantidad de billetes o monedas del valor que ellos representan, es decir, saber que tener diez billetes de diez no implica tener más dinero que tener uno de cien. Al proponer situaciones en las que los alumnos tengan que buscar distintas maneras de formar una misma cantidad de dinero, daremos lugar a una variedad de descomposiciones aditivas de un número dado.

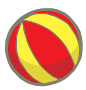
Por ejemplo, ante una lista de precios de una juguetería como la siguiente, se pueden proponer diferentes preguntas.

El cartel de esta actividad u otros materiales que utilicemos para los problemas pueden tener o no dibujos de juguetes (u otros elementos); en caso de no tenerlos, podremos leer con los chicos el nombre de cada uno. De este modo, es posible articular el trabajo de contenido matemático con el Eje de “Lectura” de *Cuaderno para el aula: Lengua 1.*

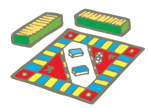
Respondé las preguntas a partir de la lista de precios.

Muñeco superhéroe: . . . . $ 25

Auto: . . . . $ 18

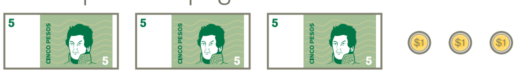


Pelota: . . . . $ 12

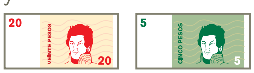


Juego de mesa: . . . . . $ 37

1. Los chicos van a la juguetería a elegir un premio para la rifa que organizaron. Elegí uno y buscá diferentes formas de pagarlo con billetes y monedas.
2. ¿Qué cuesta más: el auto o el muñeco?
3. Después de pagar el auto con

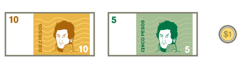


y el muñeco con



Tomás dice que el auto cuesta más que el muñeco porque para comprarlo necesita más billetes. ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué?
4. Completá lo que le falta a cada chica que vende rifas para llegar a $ 20.

Ana  ____________________

Lucía  ____________________

Julia  ____________________

Para responder a la pregunta 1, si eligen el juego de mesa que cuesta $ 37, podrían escribir:

$ 37 = 30 + 7
$ 37 = 20 + 10 + 5 + 2
$ 37 = 10 + 10 + 5 + 5 + 5 + 1 + 1
$ 37 = 10 + 10 + 10 + 1+ 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1
$ 37 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5+ 5 + 1 + 1
$ 37 = 20 + 10 + 5 + 1 + 1

Las preguntas 2 y 4 también requieren de la composición aditiva de cantidades, y la pregunta 3 apunta a la discusión de un argumento que, como hemos planteado, en este año puede dar origen a diferentes respuestas. Cuando se usan billetes de $ 10 y monedas de $ 1, las descomposiciones se pueden relacionar con la estructura del sistema de numeración.

Para operar al resolver problemas con distintos procedimientos

Respecto de las operaciones de suma y resta con números naturales, es importante destacar que comprender una operación implica no solamente saber hacer una "cuenta", sino también poder usar las cuentas para resolver situaciones diferentes. Ambos aspectos están ligados, pues la posibilidad de evaluar la razonabilidad del resultado obtenido al calcular está dada por la situación que esta resuelve, y en este sentido habrá que prestar particular atención a los enunciados de los problemas que se presentan.[9]

Considerando el conjunto variado de problemas aritméticos que una operación permite resolver, es importante señalar que una misma expresión numérica resuelve problemas aritméticos que resultan de diferente complejidad para los niños. Por ejemplo, no es lo mismo sumar 3 + 4 para resolver *jugando a las figuritas primero perdí 3 y después perdí 4* que hacerlo para resolver *tenía 3 figuritas y me regalaron 4*. Decimos entonces que la suma tiene significados diferentes: en un caso se suma para componer dos transformaciones negativas (perdí y perdí), y en el otro se trata de agregar una cantidad a otra que ya tengo. La primera situación es más compleja pues, frente a la idea de perder asociada a la resta, hay que comprender que el total de una pérdida se puede averiguar sumando.

También es importante tener en cuenta que un mismo problema puede ser resuelto con diferentes operaciones, y aun con procedimientos en los que no se escriben números.

En 1[er] año/grado, se abordan fundamentalmente las situaciones que apuntan a construir los primeros significados de la suma y la resta. Los alumnos pueden reconocer el uso de la suma en situaciones donde hay que agregar elementos a

[9] En el apartado "Los contextos" de "Enseñar Matemática en el Primer Ciclo" hemos planteado la importancia de que los enunciados incluyan preguntas que aludan a situaciones reales o verosímiles.

una colección que ya se tiene, juntar elementos de dos colecciones (reunir-unir) y avanzar posiciones en una serie; y el uso de la resta con significado de quitar elementos a una colección y retroceder posiciones en una serie.[10]

Conviene revisar los significados de los problemas que habitualmente hemos planteado para completarlos con otros donde las operaciones tengan un significado diferente, y discutir con los chicos distintos procedimientos de resolución.

Plantear situaciones para sumar y restar con distintos significados

Para abordar distintos significados de la suma y la resta, podremos proponer en distintos momentos del año problemas como los siguientes. Si bien estos se resuelven con los mismos cálculos: $5 + 4 =$ y $15 - 6 =$ respectivamente, en cada situación la operación asume un significado distinto, como se indica en cada uno.

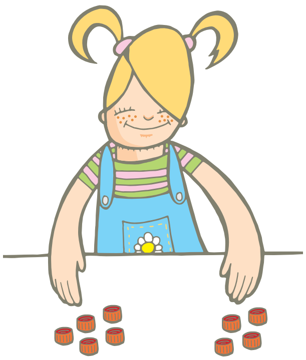
- *Agregar.* Tenía guardados 5 caramelos y cuando la abuela vino de visita me regaló otros 4. ¿Cuántos tengo ahora?
- *Juntar o reunir.* María invitó a sus amigos y compró 5 caramelos y 4 chupetines. ¿Cuántas golosinas compró?
- *Avanzar.* En el juego de La Oca, Juan tiene su ficha en el casillero 5. Si saca 4 en el dado, ¿a qué casillero deberá mover su ficha?
- *Quitar.* Cuando me reuní a jugar con mis amigos, tenía 15 figuritas y perdí 6. ¿Cuántas me quedaron?
- *Retroceder.* En el juego de la Oca mi ficha estaba en el casillero 15. Debo retroceder 6 casilleros. Indicá en que casillero colocaré mi ficha.

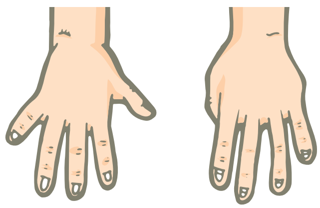
Luego de resolverlos, en otras clases, habrá que discutir sobre sus diferencias y semejanzas a partir de plantear preguntas como: *¿a qué se refieren los números que intervienen?,* o: *si se pueden juntar caramelos y chupetines, ¿también se pueden juntar caramelos y figuritas? ¿Por qué?*

Al resolver problemas como los planteados, los alumnos utilizan diferentes procedimientos de resolución. Analicemos algunos de los que pueden utilizar los alumnos ante el problema "Tenía guardados 5 caramelos y cuando la abuela vino de visita me regaló otros 4. ¿Cuántos tengo ahora?".

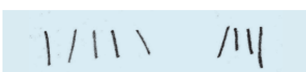
[10] En el apartado "Los significados", de "Enseñar Matemática en el Primer Ciclo", nos referimos a los diferentes significados que pueden asociarse a una misma noción.

Los alumnos pueden sustituir las colecciones por otros elementos (dedos y chapitas) y cuentan el total.



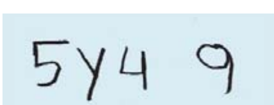


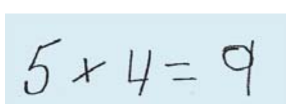
Pueden representar gráficamente o con símbolos las colecciones y utilizar también el conteo.

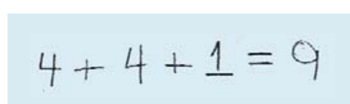


Otros pueden combinar una representación gráfica y una numérica y recurrir al sobreconteo.

En cambio, en los siguientes casos los alumnos optan por la representación numérica y emplean diferentes estrategias de cálculo.



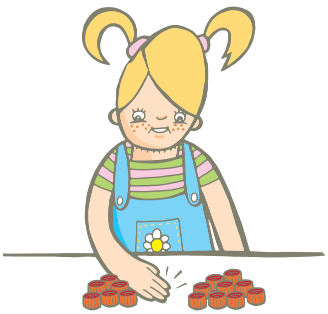




En el segundo caso recuperan un resultado ya conocido, y en el tercero se apoyan en un resultado memorizado, 4 + 4, para averiguar uno desconocido.

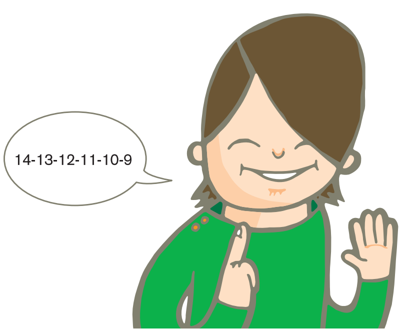
En el caso del problema “Cuando me reuní a jugar con mis amigos, tenía 15 figuritas y perdí 6. ¿Cuántas me quedaron?”, algunos de los procedimientos que podrían utilizar los alumnos son:

Contar el total de elementos y separar físicamente el número menor.



Representar gráficamente las colecciones y tachar tantos elementos como indica el número menor.

Representar el número a restar con los dedos y realizar un “conteo hacia atrás”.



Apoyarse en resultados de sumas conocidos hasta ir aproximándose al número buscado.

$15 - 5 - 1 = 9$

Utilizar un resultado ya memorizado (15 – 5) para averiguar uno desconocido, descomponiendo el número.

$15 - 6 = 9$

Recuperar un resultado ya conocido.

En este año es importante que los procedimientos que usan los alumnos para averiguar el resultado de una suma o una resta evolucionen desde el conteo al sobreconteo y luego a la posibilidad de efectuar cálculos.

Para que los niños avancen, es necesario que propongamos el análisis de los diferentes procedimientos que surjan en la clase, teniendo en cuenta que cada alumno resolverá según los conocimientos de que disponga en cada momento y usando, o no, "materiales concretos".[11]

Al dar lugar a la presentación y explicación de los procedimientos utilizados, es recomendable animar a los chicos a argumentar y fundamentar lo realizado, lo que les permitirá volver sobre lo que han pensado, y analizar sus aciertos y sus errores. Esto posibilitará que esos aprendizajes sean reinvertidos en nuevas situaciones que así lo requieran.

Es necesario que tengamos en cuenta que no se trata de imponer un rápido pasaje al cálculo sino de permitir que los niños evolucionen progresivamente desde procedimientos más primitivos hacia otros de mayor elaboración.[12]

Para calcular de diferentes formas

Sabemos que en la escuela es necesario trabajar con el cálculo de modo que los alumnos puedan ir disponiendo, a lo largo de la escolaridad, de algunos instrumentos básicos: un repertorio memorizado de cálculos, unas formas de hacer los cálculos por escrito, y un uso inteligente de la calculadora. Para que esto alcance a todos los alumnos es que hoy se piensa en la enseñanza del cálculo con diferentes actividades.

[11] **Recomendación de lectura.** En *Pensando en la enseñanza. Preguntas y respuestas,* de la Secretaría de Educación de la Municipalidad de la Ciudad de Buenos Aires, se puede encontrar un interesante análisis sobre el uso de material concreto en la enseñanza de la operaciones en 1er año/grado (en Internet).

[12] En el apartado "La gestión de la clase", de "Enseñar Matemática en el Primer Ciclo", se señala la necesidad de promover la diversidad de producciones y de analizarlas con todo el grupo.

Una idea importante es que los cálculos pueden hacerse con diferentes procedimientos y que el más rápido y económico depende de los números que intervienen en cada caso. Por ejemplo, para resolver 30 + 30 basta hacerlo mentalmente y no es necesario "hacer la cuenta parada".

En cuanto a los algoritmos conocidos debe decirse que tienen un nuevo lugar en la enseñanza: son formas de cálculo con las que culmina un trabajo previo de producción y análisis de distintos procedimientos originales elaborados por los mismos alumnos. Al pensar la enseñanza de este modo, el repertorio de cálculos memorizados que cada alumno tiene sigue ocupando un lugar importante ya que es un insumo para las tareas de producción y análisis de procedimientos.

El cálculo, entonces, además de ser estudiado como una herramienta útil para resolver situaciones problemáticas de distinto tipo, también debe ser abordado como un "objeto de estudio" en sí mismo. Ambos trabajos son fundamentales en 1er año/grado y es importante que destinemos un tiempo considerable para su tratamiento.[13]

Por medio de diversas actividades, promoveremos que los alumnos avancen en sus estrategias de cálculo, que construyan un repertorio memorizado de resultados de sumas y restas, que utilicen esos cálculos para resolver otros, y que establezcan relaciones entre los números que intervienen. Las formas de cálculo se irán complejizando en la medida en que se modifiquen los números involucrados.

Cuando se quiere avanzar en el trabajo con cálculo de números más grandes, sin plantear el trabajo previo que se propone, se conduce a los chicos hacia el dominio de una técnica, lo que hace aún más complejo el aprendizaje.[14]

Plantear juegos para memorizar cálculos

En 1er año/grado, habrá que asegurarse de que los niños trabajen de manera sostenida sobre algunos resultados particularmente útiles para resolver cálculos más complejos. En este sentido se priorizan:

– las sumas de sumandos iguales de una cifra (1 + 1, hasta 9 + 9)
– las sumas de decenas enteras (10 + 10, hasta 90 + 90),
– las sumas que dan 10 (1 + 9; etc.)
– las sumas de decenas enteras que dan 100 (20 + 80).

---

[13] Como se plantea en el apartado "Elegir los problemas" de "Enseñar Matemática en el Primer Ciclo", el análisis de cálculos es un tipo de problema de contexto matemático.

[14] **Recomendación de lectura.** Para ampliar la propuesta sobre cálculo mental se puede leer el artículo de Cecilia Parra, "El cálculo mental", en: Parra y Saiz, 1994.

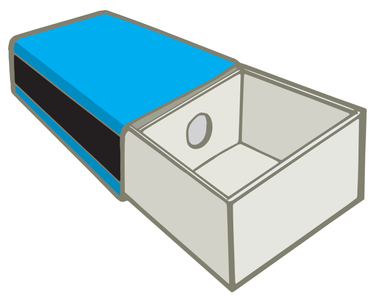
Ya hemos planteado que cuando decimos que los niños aprenden jugando no estamos pensando en la mera acción lúdica sino en el juego como una actividad de aprendizaje que es parte de una secuencia. En este sentido, no es sólo un entretenimiento sino un recurso útil para que el alumno aprenda determinados contenidos. Jugar no es suficiente para aprender; es la intención didáctica del docente la que convertirá el juego en un recurso de enseñanza. Es por eso que cada uno de los juegos debería formar parte de una secuencia como la siguiente.

Secuencia para memorizar cálculos: "La cajita de los diez"

La cajita de los diez[15] es una propuesta interesante para encontrar los distintos procedimientos que llevan a determinar los complementos a 10 y, posteriormente, memorizarlos.

Actividad 1

La clase se organiza en grupos de cuatro niños. A cada equipo se le entrega una cajita de fósforos grande con una ranura en el cartón que divide la parte de adentro y 10 bolitas en su interior.



Por turno, cada chico mueve la caja cerrada para provocar el pasaje de bolitas de un lado a otro de la caja y, luego de apoyarla sobre la mesa, la abre hasta la mitad. Cuenta las bolitas que quedaron a la vista y anticipa cuántas hay en la mitad tapada. El resto del equipo expresa si está o no de acuerdo y luego se abre la caja para verificarlo. En caso de ser correcta la anticipación, el jugador gana un punto. Luego, el alumno debe realizar el registro del cálculo y pasa el turno al siguiente compañero. Después de cuatro vueltas, gana el alumno que anotó más puntos.

A continuación, el docente solicita a los chicos que le dicten los distintos cálculos que fueron registrando y se colocan en un afiche, a la vista de todos.

[15] Adaptación de la secuencia elaborada por Irma Saiz y Celia Lodoli, 1993, mimeo.

Cuando se analizan las producciones de los alumnos, es importante reconocer los conocimientos matemáticos que ellos usan en forma implícita para, sobre esa base, intervenir adecuadamente.

Actividad 2

Se propone a los alumnos que escriban los cálculos del afiche en dos columnas: una con los cálculos que les resultaron fáciles (suelen decir: 5 + 5; 9 + 1, etc.), y otra con los que les resultaron difíciles (partir del 3 para anticipar el 7, del 2 para el 8).

Luego se les pide que piensen cómo hacer más fáciles los cálculos difíciles. Los niños podrán decir: *para encontrar el 7 a partir del 3, conviene contar para atrás desde el 10; 9, 8, 7,* o bien *para encontrar el 4 a partir del 6, digo 6 y cuento 7, 8, 9 y 10, dije 4 números.*

Por otra parte, al observar el registro de los diferentes cálculos podrán darse cuenta de que aparecen cálculos que tienen los mismos sumandos en distinto orden. Ellos harán uso de la propiedad sin necesidad de nombrarla. Si, en este caso, se pregunta: *¿qué tienen de diferente esos cálculos? ¿Conocen otros donde pase lo mismo?,* los niños descubren una regla que denominamos propiedad conmutativa de la suma. Una pregunta que puede plantearse para que usen esta regla práctica que descubrieron es: *¿cómo conviene ordenar los números de una suma cuando uno es más grande que otro?* Así, podrán arribar a la conclusión de que: *conviene colocar el número más grande primero.*

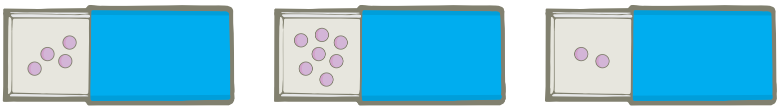
Actividad 3

En otra clase, pueden jugar nuevamente con la cajita de los 10 para utilizar alguno de los procedimientos analizados en la clase anterior, y avanzar así en la memorización de los complementos a 10.

Actividad 4

Una actividad que da lugar a la reutilización de los cálculos es la resolución de problemas en los que se simulan situaciones del juego, y otros en los que los cálculos están descontextualizados, como en la última de estas actividades. Por ejemplo:

1. ¿Cuántas bolitas hay en la mitad tapada de estas cajas?



2. Maite dice que en la mitad tapada hay 8 bolitas. ¿Cuántas habrá en la parte que ella miró?
3. Rodrigo ve 4 bolitas y dice que en la mitad tapada hay 7, ¿será cierto?
4. Completá las sumas siguientes.

2 + ... = 10 4 + ... = 10 ..... + 7 = 10

Otros juegos para memorizar cálculos son los siguientes.[16]

"El mayor con dados": sumar con sumandos hasta 6.
Materiales: dos dados comunes por pareja.
Organización de la clase: se puede empezar con grupos de dos chicos para luego jugarlo en grupos de a cuatro.
Desarrollo: cada alumno tira dos dados y gana el que obtiene el puntaje mayor a partir de la suma de los dos resultados. En este caso, se apunta a la construcción de un repertorio aditivo con sumandos hasta 6 (Ejemplos: 4 + 2; 3 + 3; 6 + 1). Los alumnos realizarán un registro de todos los cálculos que vayan saliendo para decidir el ganador después de cinco jugadas. Los registros podrán ser utilizados luego del juego para reflexionar acerca de cuáles son los cálculos que resultaron más fáciles o difíciles.

"Suma 100": sumar decenas enteras que dan 100.
Materiales: un mazo de 18 cartas con las decenas enteras: dos con el 10, dos con el 20 y así hasta 90.
Organización de la clase: en grupos de a dos alumnos.
Desarrollo: se colocan en el centro de la mesa cuatro cartas boca arriba y el resto del mazo boca abajo. Cada jugador en su turno saca del mazo una

[16] **Recomendación de lectura.** Para ampliar el repertorio de juegos, se recomienda la consulta del material para alumnos y docentes de *El juego como recurso para aprender,* de Graciela Chemello, Mónica Agrasar y Silvia Chara, 2001.

carta e intenta sumar 100 entre esa carta y una de las de la mesa. Si lo logra, se lleva las dos cartas. En caso contrario, deja su carta boca arriba sobre la mesa. En este juego también se puede efectuar el registro de los cálculos y luego plantear preguntas para que los chicos establezcan relaciones entre aquellos. Por ejemplo: 40 + 60 es lo mismo que 60 + 40.

"Inventar cálculos": escribir cuentas que dan entre 1 y 20.
Materiales: 20 tarjetas con los números del 1 al 20, papel y lápiz.
Organización de la clase: en grupos de a cuatro chicos.
Desarrollo: en cada vuelta, un jugador saca una tarjeta del mazo colocado boca abajo. Durante dos minutos, a su turno, cada uno escribe la mayor cantidad de cálculos diferentes que den como resultado el número de la tarjeta que le tocó. Se anotan 10 puntos por cada cálculo original y 5 puntos por los repetidos.

Estos juegos son fácilmente adaptables a distintos conocimientos de partida de los alumnos pues solo habrá que cambiar los números que aparecen en las tarjetas o dados que se usen. Por lo tanto, su implementación en el plurigrado resulta pertinente.

Plantear situaciones para sumar y restar con otros números

A medida que los alumnos vayan memorizando cierto repertorio aditivo, es importante avanzar en la propuesta de nuevos cálculos con dígitos y también con números más grandes. Los alumnos trabajarán, en estos casos, apoyándose en los cálculos conocidos para resolver los nuevos.

Por ejemplo, para resolver 6 + 5, los alumnos que conozcan las sumas de dobles podrán pensarlo como el doble de 5 más uno 5 + 5 + 1, o bien pensarlo como el doble de 6 menos 1, apoyándose en: 6 + 6 – 1. También, en la medida en que hayamos trabajado con las sumas que dan 10, estas serán consideradas por los niños como un apoyo "cómodo" para utilizarlo en otros cálculos. Por ejemplo, para resolver 9 + 4, algunos alumnos podrán pensarlo descomponiendo el 4 de la siguiente manera: 9 + 1 + 3 = 10 + 3 = 13.

Un primer juego que se puede plantear para encarar este tipo de cálculos y avanzar hacia la construcción de otros nuevos a partir de los conocidos es el siguiente.

"El mayor doble con cartas": sumar con sumandos hasta 9.
Materiales: un mazo de cartas españolas sin las figuras por cada grupo.
Organización de la clase: en grupos de cuatro chicos.
Desarrollo: se reparten las cartas y cada jugador da vuelta dos por turno. Se lleva las cartas el que logra la suma mayor.

A continuación, se les puede proponer nuevamente que escriban los cálculos que hicieron para jugar en dos columnas: la de los fáciles y la de los difíciles. Al pedirles que expliquen por qué los ponen en una u otra columna, la actividad dará lugar a identificar los cálculos que cada grupo tiene memorizados y las estrategias que usan para "resolverlos sin escribir" aquellos que ya lo pueden hacer, de modo de socializarlas.

Luego, podemos proponer actividades como la siguiente para que los alumnos las resuelvan de manera individual en sus cuadernos y hacer, posteriormente, una puesta en común, centrándonos en cómo lo pensaron. Por ejemplo:

Resolvé los siguientes cálculos usando los del cartel.

$4 + 5 =$	**$3 + 3 = 6$**
$6 + 5 =$	**$6 + 6 = 12$**
$4 + 3 =$	**$4 + 6 = 10$**
$5 + 7 =$	**$5 + 5 = 10$**
$10 - 6 =$	

Otra posibilidad es proponer actividades para armar o desarmar números utilizando las decenas enteras, lo que puede resultarles familiar a los niños si hemos trabajado con situaciones de composiciones aditivas con billetes. Por ejemplo:

Armá los números:

$20 + 5 =$ $30 + 8 =$ $90 + 7 =$

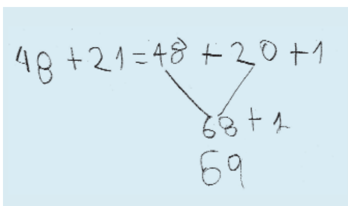
Desarmá los números:

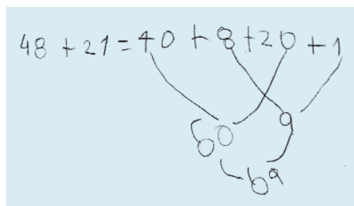
$39 = 30 + \ldots$ $25 = 20 + \ldots$ $78 = \ldots + \ldots$

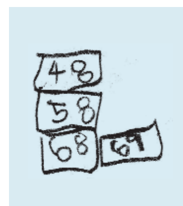
También podremos presentar problemas aritméticos donde los chicos puedan hacer cálculos con números más grandes de modo que deban recurrir a diferentes procedimientos. Los problemas podrían ser como el siguiente.

> Averiguá el gasto del comedor de la escuela si se pagaron $ 48 por la leche y $ 21 por el pan.

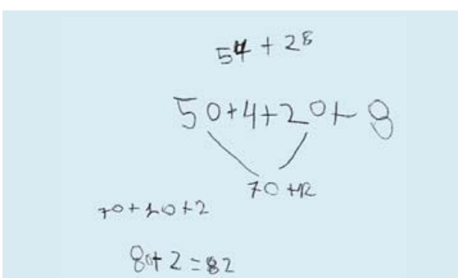
Algunos de los procedimientos posibles se apoyan en descomposiciones aditivas de uno o de los dos números. El tercer procedimiento se apoya en el cuadro numérico, lo que puede suceder cuando trabajaron antes con ese cuadro reflexionaron sobre *qué cálculo hago para pasar de un casillero al siguiente en la misma fila o en la misma columna.*

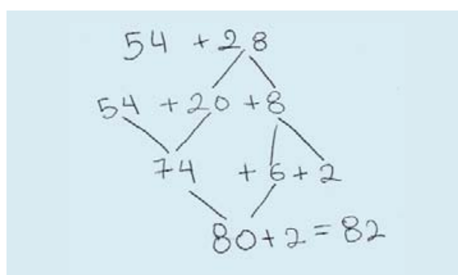


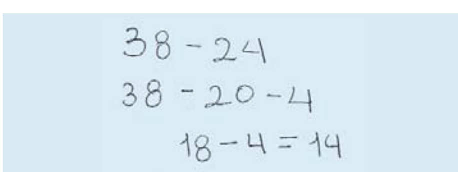


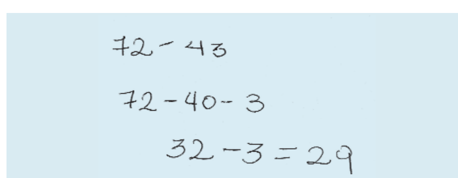


Si hemos planteado problemas como los anteriores y, por lo tanto, han aparecido diferentes formas de hacer los cálculos, las conocidas en la escuela como “cuentas con dificultad” no serán más difíciles para los alumnos pues podrán resolverlas con los mismos procedimientos que ya utilizan para la suma y la resta.









En los ejemplos, se advierte que los alumnos han utilizado "árboles", que son representaciones no matemáticas.[17] Estas deberían ser analizadas en el grupo y socializadas si resultara conveniente. Pero habrá que tener en cuenta que su uso no necesariamente debe ser adoptado por todos los alumnos de la clase, pues forzar estas descomposiciones podría llevar a error. Por ejemplo, en el caso de la resta, y para 72 – 43, los alumnos podrían descomponer en 70 + 2 – 40 + 3, y luego resolver sumando 3 en lugar de restarlo.

En este año/grado, es necesario que incluyamos también, propuestas de estimación de resultados, pues los niños necesitan ir adquiriendo estrategias que les permitan controlar el resultado de los cálculos. Por ejemplo, se puede proponer el siguiente problema.

> Pensá, antes de hacer el cálculo, si el resultado de 28 + 42 será mayor o menor que 50. Explicá cómo lo pensaste.

Frente a este problema, es esperable que los niños digan: *es mayor porque el resultado de 20 + 40 se pasa del 50*. Luego podrán hacer la cuenta y verificar si su estimación fue acertada.

Pedir a los niños que expliquen el porqué de sus respuestas da lugar a explicitar los conocimientos que usaron para resolver. Esta explicitación es la que hará posible que se nombren los conocimientos utilizados para que todos los reconozcan y el docente pueda luego sistematizarlos.

Plantear situaciones para explorar relaciones numéricas

Hemos planteado que, al conocer los números, los alumnos deberían ir estableciendo entre ellos una red de relaciones que les permita utilizar diferentes escrituras de aquellos. Una parte importante de este trabajo consiste en establecer relaciones entre los cálculos. En 1er año/grado, es posible pensar cómo cambia un número cuando se le suma o se le resta otro. Por ejemplo, en sumas del tipo:

… + 1 = … … + 10 = … … + 20 = …

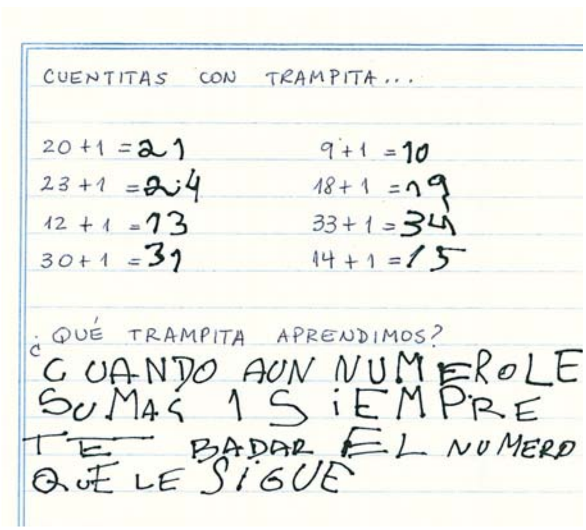
[17] Tal como se ha planteado en el apartado "Las representaciones", en "Enseñar Matemática en el Primer Ciclo", cuando el alumno produce una solución utiliza representaciones personales que pueden o no coincidir con las convencionales.

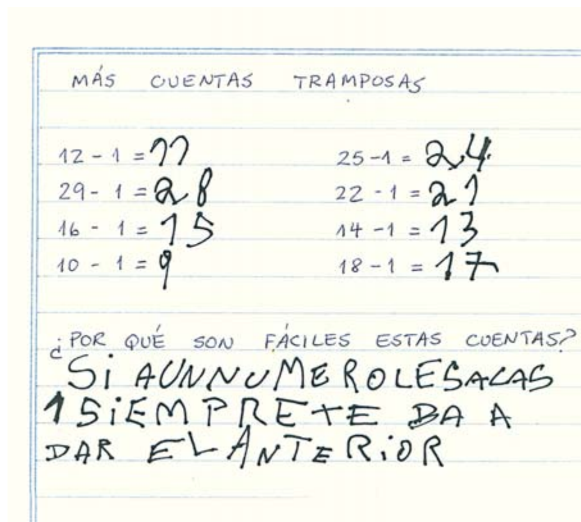
y restas del tipo:

… − 1 = …   … − 10 = …   … − 20 = …

En estos casos, los alumnos podrán arribar a conclusiones tales como: “si sumo 1, obtengo el siguiente, y si le resto 1, el anterior”, “si sumo 10, aumenta 1 la cifra de los dieces”, etc. Será importante que los chicos registren en sus cuadernos las conclusiones a las que arribaron para que puedan volver a ellas en caso de que una nueva situación así lo requiera.[18]

Para que los alumnos reflexionen sobre estas relaciones, es recomendable plantear listas convenientes de cálculos como las de estas producciones.





[18] En el apartado “La gestión de la clase”, en “Enseñar Matemática en el Primer Ciclo”, se consideran los distintos usos del cuaderno en la clase de Matemática.

También se puede plantear este tipo de trabajo a partir de una tabla de sumas como la que sigue y pedirles que la completen ajustándose a consignas como estas:

1. Completá la columna de los + 1. Compará los números de esa columna con los de la columna anterior. ¿Qué característica tienen estos números? Indicá en qué fila se repetirán los números de la segunda columna.
2. Completá la fila de los + 10. Compará los números que completaste con los de la primera columna. ¿Qué característica tienen estos números? Indicá en qué fila se repetirán estos números.
3. ¿Cuál es el mayor número que podrías completar en esta tabla? ¿Dónde lo ubicarías? ¿Y el menor?
4. Completá los casilleros remarcados. ¿Cómo son los sumandos?
5. ¿Cuáles son los cálculos que dan 9 en esta tabla? ¿Y 13? ¿Hay otras maneras de obtener 13 que aquí no estén incluidas? (Respuestas posibles: 11 + 2 y 12 + 1).

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Para trabajar con la información

Algunos de los problemas aritméticos que se presenten deberán realizarse con el propósito de favorecer los procesos ligados al tratamiento de la información involucrados en la resolución de problemas o en la transformación de la información para su comunicación, tales como analizar la información dada, los datos, relacionarla con la información que se busca, las incógnitas, planificar una estrategia de resolución y analizar la razonabilidad de los resultados.

Al presentar más datos de los necesarios para responder a una pregunta, o una variedad de datos para que los alumnos elaboren diferentes preguntas, e incluso una pregunta para que seleccionen los datos para responderla, se les proponen tareas diferentes pero, en todos los casos, ellos deberán establecer relaciones entre datos e incógnitas.

Este tipo de trabajo apunta a ampliar las posibilidades de los niños para la interpretación de los problemas, más allá de solo pensar en buscar una palabra en el enunciado que indique qué operación hacer con todos los datos presentes.[19]

Plantear problemas a partir de diferentes datos

En este año/grado, se inicia el trabajo del tratamiento de la información. Un aspecto de este tratamiento está vinculado con la recolección y organización de datos, para lo cual podremos utilizar situaciones que se viven a diario en el aula como, por ejemplo, el registro de la cantidad de alumnos presentes y ausentes. Para poder responder a preguntas del tipo: *¿quién faltó más veces a lo largo de un mes?; ¿quién menos veces?*, será necesario acordar con los niños la manera más clara de organizar y registrar la información de la asistencia diaria de modo que pueda ser entendida por todos y que permita, a la vez, encontrar los datos que se precisan para responder las preguntas planteadas. Se podrá utilizar el pizarrón o un afiche para que la información sea accesible a todos los alumnos.

Otro aspecto está relacionado con la lectura e interpretación de la información contenida en diferentes portadores numéricos utilizados. Para esto, podemos usan recursos tales como una lista de precios de comidas de una rotisería o restaurante, una factura sencilla, boletos, envases, etc., para que los alumnos "lean" la información matemática, es decir, para que interpreten qué significan los números que aparecen y seleccionen los datos que les permitan resolver distintas preguntas que se planteen.[20]

---

[19] Explicitamos la importancia de generar condiciones para que los alumnos se enfrenten con distintos tipos de problemas en el apartado "Las relaciones entre datos e incógnitas", en "Enseñar Matemática en el Primer Ciclo".

[20] **Recomendación de lectura.** Otras actividades para trabajar con la informacion se encuentran en *Propuestas para el aula*, material elaborado por el Equipo de Gestión curricular del Ministerio de Educación (2000).

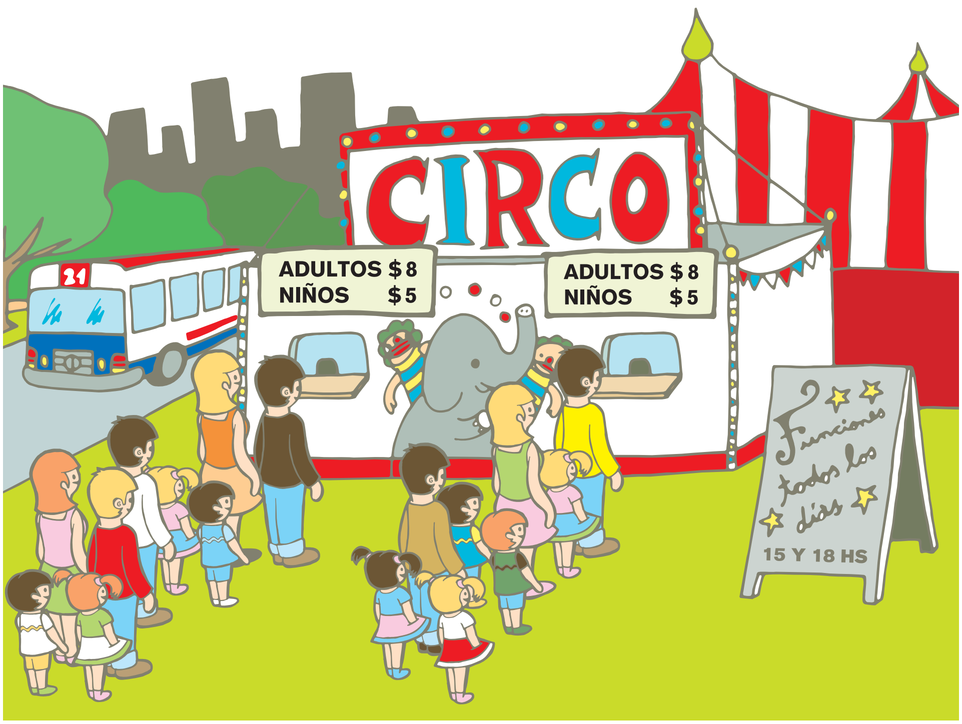
- Con envases de alimentos

Se puede analizar los diferentes números que aparecen con información diversa y las distintas formas de escribirlos: identificar el número de código, la fecha de elaboración y de vencimiento, la capacidad o el peso (medida), la cantidad de elementos que contiene (por ejemplo, en los paquetes de pastillas), el valor, etcétera.

- Con pasajes de transportes de corta y larga distancia

En los pasajes se pueden identificar distintos datos. Según el tipo de boleto, podrán responder preguntas tales como: ¿cuánto costó? ¿Qué día se usó? ¿Dónde se sentó? ¿En qué horario viajó? ¿Qué colectivo tomó?

Otra opción es presentar láminas que incluyan diversas informaciones numéricas o no, como, por ejemplo, las que pueden hallarse en una plaza, una esquina de alguna ciudad, un circo, un negocio.



Podremos, entonces, pedirles a los alumnos que formulen preguntas a partir de la imagen. Aquellas podrán anotarse en el pizarrón para luego clasificarlas según sean preguntas que se pueden contestar con solo mirar la lámina (como la pregunta 1), que se contestan a partir de contar elementos (como la 2) o que se contestan haciendo un cálculo (como la 3), o preguntas que no se pueden contestar (como la 4).

1. ¿Cuál es el precio de la entrada de un niño? (respuesta numérica) ¿Hay cola para sacar la entrada? (respuesta no numérica)
2. ¿Cuántas personas hay en la ilustración? ¿Cuántos chicos hay en la cola?
3. ¿Cuánto cuestan 3 entradas para chicos?
4. ¿Cuántas entradas se vendieron?

Para este tipo de trabajo, es conveniente, además, terminar la clase con la puesta en común de las producciones individuales.

nap

El reconocimiento y uso de relaciones espaciales en espacios explorables o que puedan ser explorados efectivamente en la resolución de situaciones problemáticas.

El reconocimiento de figuras y cuerpos geométricos a partir de distintas características en situaciones problemáticas.

La diferenciación de distintas magnitudes y la elaboración de estrategias de medición con distintas unidades en situaciones problemáticas.

GEOMETRÍA
Y MEDIDA

EJE

Geometría y Medida

Los saberes que se ponen en juego

Para que los alumnos puedan aprender los saberes incluidos en los núcleos de aprendizajes prioritarios, en la escuela habremos de proponer situaciones de enseñanza en las que se pongan en juego distintos aspectos de esos saberes. Se trata de que los conocimientos matemáticos aparezcan en el aula asociados con los diferentes problemas que permiten resolver, para luego identificarlos y sistematizarlos. Esto es:

- usar relaciones espaciales al interpretar y describir en forma oral y gráfica trayectos y posiciones de objetos y personas para distintas relaciones y referencias;
- construir y copiar modelos hechos con formas bi y tridimensionales, con diferentes formas y materiales (ej.: tipos de papel e instrumentos);
- comparar y describir figuras según su número de lados o vértices, presencia de bordes curvos o rectos, para que otros las reconozcan;
- comparar y medir efectivamente longitudes (capacidades, pesos) usando unidades no convencionales, y
- usar el calendario para ubicarse en el tiempo y determinar duraciones (mes en curso y día de la semana).

Propuestas para la enseñanza

En este apartado intentamos precisar el alcance y el sentido de los conocimientos que se priorizan en el Eje "Geometría y Medida" por medio de algunos ejemplos de actividades para desarrollar en el aula y de producciones de los niños.

Además, desarrollamos secuencias de actividades que muestran el tipo de trabajo matemático que se propone desde el enfoque explicitado en "Enseñar Matemática en el Primer Ciclo".

Para establecer relaciones espaciales

Las razones por las que las nociones espaciales están en este Eje de contenidos son tanto de orden matemático como pedagógico.

Las razones matemáticas surgen de una mirada histórica. Esta muestra que la geometría euclidiana surgió, en gran parte, por la resolución de problemas que involucran las medidas y la representación plana de distintos espacios. A los griegos se atribuye la construcción de la geometría matemática y, desde entonces, esta se desarrolló cada vez más hacia una geometría separada de sus orígenes espaciales.

Las investigaciones didácticas sobre la adquisición de conocimientos refieren que, mediante la manipulación de objetos y de su progresiva posibilidad de moverse y explorar espacios de diferentes tamaños, los niños construyen desde bebés un conjunto de referencias espaciales ligadas, en principio, a su propio cuerpo. Pasan varios años hasta que, al enfrentarse a distintas experiencias, construyen un sistema de referencias respecto del cual pueden considerar todas las posiciones en el espacio de tres dimensiones, estén o no estos ocupadas por objetos.

Algunos chicos llegan a la escuela con una gran experiencia ligada a moverse en espacios grandes, como al hacer largos recorridos por los cerros, cruzar esteros, bordear ríos. Otros, muy tempranamente, tiene experiencias con el espacio de una hoja de tamaño similar a la del cuaderno, pues, por vivir en espacios reducidos, la propuesta familiar de juego incluye dibujar o pintar en ellas. Es importante que en la escuela brindemos oportunidades para que todos los alumnos desarrollen experiencias en espacios de distintos tamaños: reducidos como el de la hoja o la pantalla de la computadora; espacios de tamaño intermedio, como el de las habitaciones, aulas y otras dependencias del edificio escolar, y en otros más amplios, como por ejemplo, las cuadras del barrio o parajes cercanos a la escuela.

Cuando ingresan a la EGB/primaria, los niños ya pueden utilizar relaciones como adelante, debajo de, atrás de, arriba de, considerándose a sí mismos como la referencia necesaria para darles sentido. Estas relaciones les han permitido resolver situaciones en su vida cotidiana vinculadas con la búsqueda de objetos y la localización de lugares, pero, en otras situaciones, las relaciones con el propio cuerpo no son suficientes. Estos son conocimientos que los alumnos tienen disponibles y que pueden ser reutilizados en la escuela para avanzar a partir de ellos.

Cada objeto del espacio y cada persona en él pueden ser tomados como referencia para estructurar el espacio que los rodea. Por ejemplo, en un aula, la mesa del maestro puede ser un referente y, a partir de ella, según la posición del sujeto que lo describe, hay una zona a la derecha, otra a la izquierda, y otras adelante, atrás, arriba y debajo. Aparecen entonces conflictos entre las diferentes descripciones posibles de una posición en el espacio según el referente que se considere y la ubicación de quien lo mira.[1]

Desde su ingreso a 1er año/grado, entonces, los niños deberán enfrentarse con problemas que pongan en conflicto la referencia del propio cuerpo y que demuestren la insuficiencia de estructurar el espacio solo con esa referencia, permitiendo a la vez avanzar en la construcción de nuevas referencias que articulen tanto la posición de los sujetos como la de los objetos, para así enriquecer el uso de relaciones espaciales.

En los problemas, propondremos a los alumnos interpretar consignas dadas por otros y también producirlas. Por otra parte, algunos los plantearemos para realizar acciones en el espacio y otros para trabajar en el espacio representado. En relación con este último, los niños se iniciarán en la interpretación de representaciones ya realizadas y también comenzarán a armar croquis.

Plantear situaciones para interpretar, describir y representar posiciones y trayectos

En 1er año/grado plantearemos un conjunto de situaciones que permita a los niños construir un marco de referencia que posibilite resolver problemas vinculados con la orientación espacial.

Para la selección de situaciones didácticas elegimos, por una parte, aquellas en las que los chicos deberán decidir qué referente tener en cuenta para interpretar la posición de un objeto o un trayecto que les presentamos por medio de una consigna oral o de una representación gráfica. Por otra parte, plantearemos situaciones para que los chicos identifiquen posiciones y trayectos y los describan (o comuniquen) en forma oral o gráfica, así como para que ellos representen objetos y espacios.

En general, en diversas actividades cotidianas, los niños deben interpretar indicaciones que les dan los adultos u otros niños. Estas aluden tanto a sus desplazamientos: *andá a…* como a las indicaciones para ubicar un objeto que se busca; *está en…* En cambio, son pocas las actividades cotidianas en las que les solicitamos que describan posiciones expresando las relaciones y

[1] Estas situaciones pueden ser concebidas como problemas en el sentido presentado en el apartado “Elegir los problemas” de “Enseñar Matemática en el Primer Ciclo”.

referencias en forma oral y con el uso de un lenguaje específico. Se trata, por tanto, de plantear en la escuela situaciones para promover en los niños la necesidad de describir en forma precisa la ubicación de objetos en el espacio. Si bien podremos hacerlo a partir de situaciones de rutina escolares, al pedirles que nos indiquen, por ejemplo, en qué lugar de la biblioteca se encuentra un libro determinado o que le expliquen a un compañero dónde dejaron un cuaderno olvidado, también podremos incluir actividades especialmente diseñadas en las que sean ellos los que deban describir determinada ubicación o bien formular preguntas para averiguar el lugar de que se trata.

Secuencia para describir posiciones de objetos: "Averiguar dónde está"

Actividad 1

Mientras un alumno, o el docente, sale del aula, los que quedan en el salón esconden un objeto, por ejemplo, un muñeco, en algún lugar conocido por todos. Luego, entra quien salió y, por turno, le dan indicaciones en forma de pistas para que identifique el lugar en el que se encuentra el objeto escondido.
Para favorecer la expresión oral de las posiciones, es importante que aclaremos que en este juego no se puede señalar, cuestión que les resulta muy costosa a los niños pequeños.

Actividad 2

Introducimos una variante a la actividad del primer día al plantear que el alumno que salió va a investigar en qué lugar está escondido el objeto por medio de preguntas que formulará al resto del grupo. La condición que plantearemos es que estas preguntas se puedan responder por *sí* o por *no*.

Otra posibilidad es dividir la clase en dos grupos: un grupo esconde el objeto y el otro grupo formula las preguntas.
Para descubrir el lugar en el que se encuentra escondido el objeto, inicialmente los alumnos suelen preguntar acerca de lugares puntuales, pero sin identificar con claridad la posición que desean comunicar, por ejemplo, *¿está en el armario?* Si el objeto estuviera arriba del armario, es posible que algunos niños duden si deben responder sí o no, lo que será interesante discutir después de terminado el juego.
La forma de preguntar y de responder evolucionará según el tipo de intervenciones que hagamos: si nosotros escondemos el objeto, podemos elegir lugares que impliquen el uso de relaciones que nos interesa trabajar; en el caso del armario: arriba de, debajo de, atrás de, delante de.

Por otra parte, para que evolucione el tipo de referencia que los alumnos utilizan para la designación de una posición, es recomendable que escribamos en el pizarrón todas las preguntas tal como los niños las hayan formulado para analizarlas posteriormente. Veamos un ejemplo de este tipo de análisis colectivo.

Maestro: *–Ayer, cuando jugaron al juego de esconder el muñeco, hicieron algunas preguntas que me gustaría leerles para que, cuando juguemos hoy, no se repitan algunos problemas.*
Juan: *–Sí, ayer Lucía dijo que estaba en el escritorio ¡y no estaba…!*
Maestro: *–¿Se acuerdan de la pregunta que hizo Juan? Se las leo: "¿Está en el escritorio?". Y Lucía respondió que "Sí", pero… ¿dónde estaba?*
Varios niños: *–Estaba debajo del escritorio…*
Maestro: *–Escondido detrás de la pata del escritorio. ¿Y cómo podemos preguntar para precisar esta ubicación? Hay muchos lugares en el escritorio para esconder el muñeco.*
(El docente se acerca al pizarrón y escribe las preguntas que le dictan los niños.)
¿Está arriba del escritorio?
¿Está debajo del escritorio?
¿Está adentro del cajón del escritorio?
¿Está detrás de los cuadernos?

Luego de esta discusión, los niños pueden escribir en sus cuadernos la posición exacta en la que estaba el muñeco escondido con frases como: *hoy el muñeco estaba escondido detrás de una de las patas del escritorio.*

Actividad 3
Con el propósito de que los alumnos comiencen a considerar la información que es posible extraer de las preguntas formuladas, se puede introducir la regla de *no formular más de seis preguntas para averiguar el lugar en que se encuentra el muñeco.*
Antes de comenzar el nuevo juego, se pueden leer todas las preguntas del día anterior y generar un momento de análisis sobre ellas para descartar las que se repiten, las que dan demasiada o poca información, etcétera.
Al realizar el juego, se escriben en el pizarrón todas las preguntas para que los niños controlen si son seis, de acuerdo con la consigna, y puedan recordar la información ya obtenida. Tal vez tengamos que releer todas las preguntas antes de que los niños vuelvan a formular una nueva; esto dependerá del nivel de aproximación a la lectura que hayan alcanzado.

Es importante jugar varias veces cambiando tanto el lugar en que se plantea el juego como los roles que rotarán entre los diversos alumnos. La repetición del juego tiene como objetivo que los niños construyan un conjunto de referencias ligadas a los diferentes espacios y objetos de esos espacios. Esto es porque esconder un objeto en el salón de clase o en un espacio de mayores dimensiones, como el patio o la plaza próxima a la escuela, dará lugar a aprendizajes diferentes. En cada caso, el tipo de referencias estará directamente ligado a esos lugares y a la distribución espacial de los niños.

Esta secuencia de actividades, con la misma o con una organización grupal similar, se puede llevar a cabo para identificar un objeto en una construcción –como un tren o una casa– realizados con cajas o bloques de madera. Esto permitirá no solo poner en juego las cuestiones ya analizadas referidas a la orientación espacial y a la construcción de esquemas de referencias compartidos y articulados, sino también nombrar esas formas.

El dictado de maquetas[2] es otra situación en la que los niños construirán las referencias necesarias para comunicar las posiciones de los objetos tratados teniendo en cuenta:

- sus propias posiciones,
- la de los intérpretes de la descripción, y
- los tres planos que determinan la orientación de cada objeto: arriba/abajo, derecha/izquierda, adelante/atrás.

Este problema introduce nuevos desafíos y posibilidades de discusiones entre pares, ya que el trabajo se puede organizar en pequeños grupos. Así, no solo se favorece una mayor participación de todos los alumnos sino que se da lugar a la confrontación de puntos de vista y a la necesidad de argumentar para convencer.[3] Conviene que esta actividad se realice en el marco de algún proyec-

[2] **Recomendación de lectura.** En el artículo de Saiz, ¿A la derecha de quién?", en: Panizza, 2003, del cual se adaptó esta actividad, se reflexiona sobre la representación del espacio y la enseñanza de la geometría.

[3] La importancia de la discusión entre grupos se desarrolla en el apartado "La gestión de la clase" en "Enseñar Matemática en el Primer Ciclo".

to de trabajo que le otorgue sentido. Por ejemplo, la escritura colectiva de un cuento con la ayuda del maestro.

Una vez realizado el cuento, se identifican tres escenas que den cuenta de “cómo empezó”, “lo que pasó después” y “cómo terminó”, y se propone construir maquetas de esas escenas para intercambiar con otra escuela junto con el cuento, para hacer una muestra itinerante por los hogares de los chicos o para mandar a un concurso. Para guardar una copia de cada una en la escuela, habrá que realizar un par de cada una. Después de elegir las escenas, los chicos se organizan en seis grupos y discuten qué elementos van a necesitar para hacerlas.

Las escenas del cuento: elaborar consignas para construir una maqueta.
Materiales: cada par de grupos de chicos debe tener dos hojas oficio o bases de cartón o bandejas rectangulares y dos colecciones idénticas de 5 o 6 objetos (elementos de cotillón o modelos fabricados por los niños con cajitas, corchos, tapitas, etc.) para poder representar la escena elegida de modo que haya dos objetos de cada tipo. Por ejemplo, si se tratara de la “habitación donde viven las hijas del rey”, podrían tener cuatro camas, dos mesitas, dos sillas y dos armarios. También deberán contar con un cartón que, a modo de pantalla, oculte a cada grupo lo que el otro hace.
Organización de la clase: la clase se divide en seis grupos.
Desarrollo: en cada par de grupos, la tarea se organiza del siguiente modo. Un grupo arma la maqueta distribuyendo espacialmente sobre la base los elementos que tiene y el otro debe armar lo mismo cuando el primero se lo “dicte”. Para ello, una vez armada la maqueta, los niños del primer grupo se deben poner de acuerdo sobre el mensaje que van a emitir para indicar al otro grupo, oralmente, las posiciones de los objetos en función de los referentes elegidos para que los demás logren realizar la misma maqueta. El grupo receptor deberá interpretar las indicaciones y tomar las decisiones pertinentes de acuerdo con las indicaciones que están escuchando para ubicar cada uno de los objetos.
Al finalizar la tarea, se analizan las semejanzas y diferencias entre las maquetas. Para esto, es posible colocarlas “una al lado de la otra” o “enfrentadas”, lo que implica distinto nivel de dificultad para compararlas. Al realizar el análisis, se vuelve sobre los errores y los aciertos mientras se reflexiona sobre las indicaciones dadas y las dificultades con las que se enfrentaron, tanto al producir como al interpretar los mensajes.

Conviene que el docente registre las indicaciones y los hallazgos de los niños para hacerlos presentes en otras actividades, haciendo hincapié en el uso y el perfeccionamiento del vocabulario que permita avanzar en la precisión de la referencia dada. Por ejemplo: un grupo de niños dictó *la mesita está a la derecha* considerando su propia posición como referencia y esto generó una serie de discusiones en el grupo receptor. Posiblemente, en una puesta en común, se formule el siguiente acuerdo que podría escribirse en un papel afiche: *si decimos arriba, a la derecha, abajo etc., tenemos que decir también a la derecha de qué o arriba de qué o debajo de qué,* a modo de memoria de los acuerdos construidos.[4]

Para trabajar la representación gráfica de ciertos espacio, podemos plantear actividades en las que las referencias dadas se planteen en un dibujo o esquema. Por ejemplo, un tipo de trabajo con representaciones gráficas es la lectura y confección de planos como el del aula y otros espacios comunes de un ambiente. Conviene que estas actividades se realicen a propósito de algún proyecto de trabajo que le otorgue sentido, por ejemplo, pensar cómo organizar algún espacio de la escuela para una fiesta escolar o cómo reorganizar el aula para un tipo de actividad que no se realiza allí todos los días.

Al elegir las actividades y considerar las posibles producciones de los alumnos, habrá que tener en cuenta que el conocimiento del uso social de planos en espacios rurales y urbanos no es uniforme.[5] Incluso el contacto previo puede estar asociado con las experiencias familiares de los chicos aunque vivan en un mismo espacio. Por ejemplo, en el espacio urbano será diferente el acercamiento de los hijos de profesionales de la construcción –arquitectos, albañiles– al de personas que trabajan en los servicios de transporte –remiseros, camioneros–. Además, tal vez algunos de estos espacios carezcan de representaciones mediante planos. Estos usos diversos y ausencias son un dato importante a considerar por el docente al proponer interpretar o representar espacios inmediatos con chicos que tengan distintos grados de familiaridad con los planos. Otra cuestión a sopesar es si se dispone o no de representaciones convencionales ya producidas de espacios conocidos que introduzcan pistas sobre cómo resolver algunas problemáticas de la representación, por ejemplo, la perspectiva, el uso de códigos o de referencias, etc., para confrontar con las producciones de los niños.

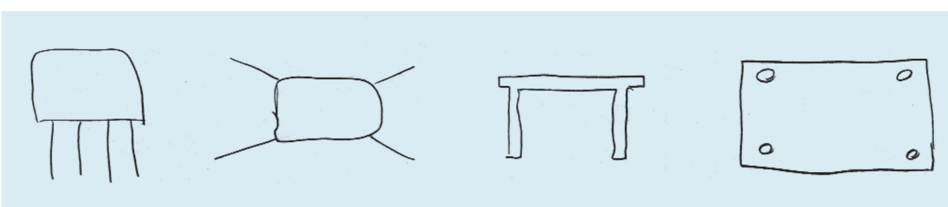
[4] Las intervenciones del docente a propósito de la sistematización de los saberes que los alumnos van descubriendo se abordan en el apartado “La gestión de la clase” en “Enseñar Matemática en el Primer Ciclo”.

[5] Delprato, 2002.

Se sugiere articular estas y otras actividades relacionadas con la interpretación de planos y la representación del espacio con el trabajo propuesto en el *Cuaderno para el Aula: Ciencias Sociales 1*, en el Eje “Las actividades humanas y la organización social”.

Al considerar la elaboración de planos, los alumnos son desafiados a construir recursos válidos para representar objetos vistos desde arriba, como también algunos que casi no se ven desde esa posición, pero que se sabe que están y son considerados importantes como referencias para la ubicación espacial de otros lectores, por ejemplo, puertas y ventanas. También en estos problemas, los alumnos enfrentarán la dificultad de considerar un único punto de vista para representar todos los objetos. Por otra parte, necesitarán abstraer ciertas características de los objetos que los representan de modo que todos se den cuenta de qué objeto es. Es decir que, si se mira el plano de una cocina, la pileta puede estar representada con un rectángulo y un óvalo adentro, la cocina con un cuadrado con cuatro círculos interiores, etcétera.

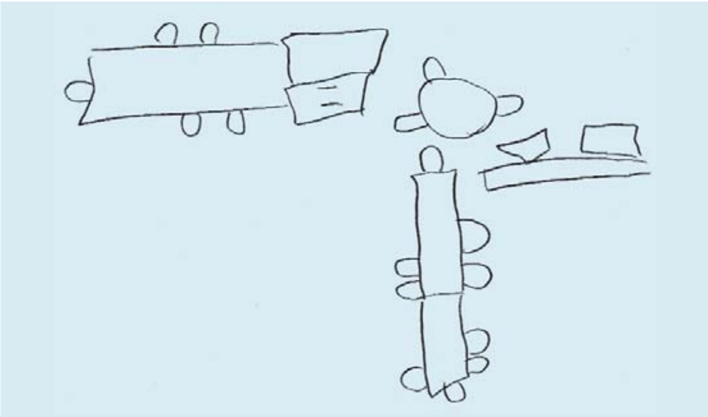
En relación con esta tarea, los alumnos de los primeros años/grados, realizan representaciones características de la edad, al utilizar en el mismo plano variados puntos de vista. Por ejemplo, dibujan una mesa como si la vieran de frente y otra desde arriba, pero le dibujan sus cuatro patas de diferente modo: hacia los costados o las representan con puntos o círculos sobre la tabla.[6]

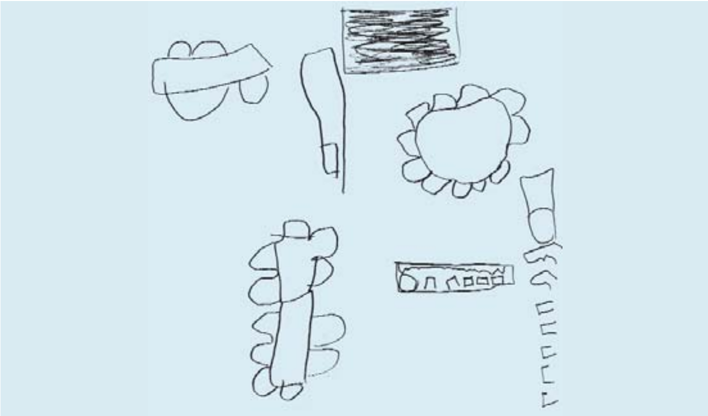


Distintas representaciones de mesas.

[6] **Recomendación de lectura.** Para conocer otras actividades sobre representación de objetos o configuraciones desde distintos puntos de vista, se puede consultar “Vistas”, en: Bressan, Reyna, y Zorzoli, 2003.

Una actividad de análisis de planos permite poner en evidencia ante la totalidad del grupo la diversidad de resoluciones y fomentar la necesidad de llegar a acuerdos a modo de "convención compartida" para que todos representen con las mismas reglas, tal como sucede con este tipo de representaciones fuera de la escuela. Para ello, entregaremos varias copias de planos realizados por otros niños para analizar cómo se dibujan determinados objetos en una y otra representación.





Dos representaciones de un aula.

Tal vez sea necesario focalizar en algunos objetos significativos del espacio representado. Plantearemos por ejemplo: *miren las mesas y los bancos en cada plano. ¿Qué ven de diferente y de parecido en cada uno? ¿Cómo se dieron cuenta de que ésos son bancos y mesas?*

Escribiremos en el pizarrón el producto de la observación de los niños. Luego se acordará entre todos *¿qué partes de un banco y de una mesa se ven si se los mira desde arriba? ¿Qué no se ve?* Posteriormente, ofreceremos hojas en blanco para que ensayen sus representaciones de bancos y mesas; luego, elegirán uno de esos ensayos para pegar en el cuaderno con una leyenda debajo que recuerde el acuerdo a que se llegó: *este es un banco visto desde arriba.*

A modo de ensayo, tal vez sea útil que los niños vean efectivamente un banco desde arriba, para lo cual quizá deban pararse sobre una mesa o colocarlo en un nivel más bajo (un patio, un pasillo por el que se puedan asomar sin peligro, etc.).

También podemos plantear actividades que impliquen la realización y representación de recorridos, tanto dentro como en las cercanías de la escuela.

Si se tratara de recorridos fuera del edificio escolar, habría que considerar que los referentes usados socialmente para describirlos y ubicar espacios no son los mismos en áreas urbanas y rurales. Así, en el ámbito urbano, la necesidad de organizar un espacio "denso" ha demandado la instauración de referentes por convención (nombres de calles y de espacios verdes, numeración de los edificios, etc. En el espacio rural, probablemente, los referentes sean elementos naturales (pasando la lomada), destinos (cuando llega al camino de la escuela), familias (una vez que pasa el campo de los López).

Para trabajar con un recorrido dentro de la escuela, podríamos proponerles a los niños, por ejemplo, explicar a un visitante cómo llegar a un cierto punto del predio escolar: al salón de actos, a la dirección, a la huerta, etc. Los alumnos elaborarán el mensaje en forma oral, y los docentes seremos los encargados de escribir las indicaciones en un texto que, en un principio, será redactado tal como los alumnos lo digan. Al describir el recorrido, ellos organizarán secuencialmente su relato, estableciendo un comienzo y un fin. Estas descripciones podrían contener información con referentes en el trayecto, por ejemplo: el mástil, una puerta; direcciones y sentidos del movimiento: seguís derecho, doblás hacia la bandera; medidas de distancias: 5 pasos hacia delante, etcétera.

Luego, para perfeccionar el mensaje, se recorre el camino mientras se lo lee en voz alta para que todo el grupo escuche, y, cuando aparecen dudas sobre cómo seguir o desvíos en el itinerario esperado para llegar al punto final, el maestro registra los problemas que tiene el mensaje. Al volver al aula, se podrá perfeccionar la redacción incluyendo las correcciones que los mismos niños quieran incorporarle para que se entienda.

En una segunda actividad, es interesante reflexionar a partir de dos descripciones distintas del mismo recorrido al variar los referentes empleados. Para tener otro relato, es posible, si hay dos aulas de 1er año/grado en la escuela, que ambos maestros propongan la misma actividad e intercambien luego los mensajes; si no hay otro 1er año/grado, el maestro puede elaborar uno diferente del de los chicos para confrontar.

La construcción del vocabulario adecuado para la resolución de este tipo de situaciones espaciales se producirá a partir de las discusiones colectivas y de las intervenciones pertinentes para estimular el uso de las nociones espaciales más adecuadas. Por ejemplo, ante la dificultad de comprender una indicación podemos plantear: *¿cómo se puede decir esto para que se entienda fácilmente?*, y registrar todas las respuestas que ofrezcan los niños.

Para conocer las figuras y los cuerpos geométricos

El abordaje de los contenidos geométricos en el 1er año/grado permitirá ofrecer a los niños oportunidades para el estudio sistemático de las figuras y los cuerpos geométricos, tanto relacionándolos con objetos de la vida cotidiana como sin relacionarlos con ellos.

En efecto, lo que se busca es promover la exploración y la reflexión sobre diferentes figuras y cuerpos a partir del planteo de situaciones problemáticas para que los alumnos describan, identifiquen entre varias figuras y/o cuerpos, construyan, dibujen y/o reproduzcan alguna de estas formas.

Al resolver estos problemas, los niños podrán empezar a construir algunas conceptualizaciones sobre las características de estas figuras y cuerpos al tiempo que se van apropiando de un lenguaje matemático. Al hablar de características, nos estamos refiriendo a las propiedades que permiten definir o caracterizar una figura o un cuerpo.

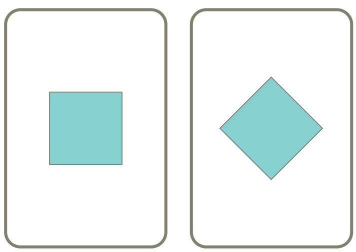
Plantear situaciones para comparar y describir figuras

Para favorecer la descripción y comparación de figuras según los distintos elementos que los caracterizan, se pueden proponer juegos con la estructura del "Memotest", es decir, juegos de memoria perceptiva en los que, por lo general, hay que buscar el idéntico y formar parejas, o como el juego de "La casita robada", en el que también se arman pares de cartas teniendo en cuenta alguna característica común.

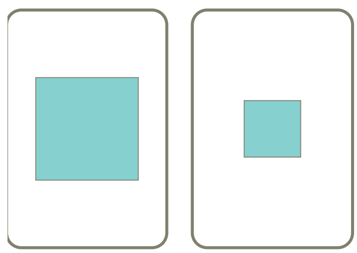
Por ejemplo, los chicos podrán formar parejas *porque tienen igual cantidad de puntas* (vértices), *porque las esquinas son iguales* (ángulos), *porque parecen flechas*. Este último argumento, si bien es válido en tanto el grupo lo acepte, no alude a ninguna característica geométrica.

En estas actividades, es conveniente que los chicos verbalicen las características que reconocieron en las figuras haciendo explícito el conocimiento puesto en juego y, por ello, habrá que contemplar esta condición al dar la consigna.

Los mazos de cartas se armarán con diversas figuras geométricas, según las características de las figuras que se quieren trabajar. Por ejemplo, un mazo puede contener figuras que permitan formar pares de la misma imagen en distintos tamaños o en distintas posiciones.[7]

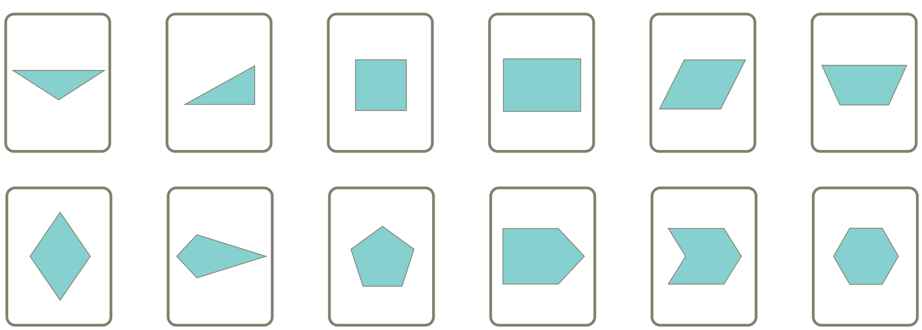


Dos cartas con el mismo cuadrado en distinta posición.



Dos cartas con cuadrados de distinto tamaño.

También se puede armar un mazo con polígonos que tengan distinta cantidad de lados, como los siguientes: un cuadrado, un rectángulo, un paralelogramo propiamente dicho, un rombo, un trapecio, un romboide, dos pentágonos, dos hexágonos y dos triángulos.



[7] **Recomendación de lectura.** Para ampliar estas propuestas *véase Juegos en Matemática EGB 1. El juego como recurso para aprender. Material para docentes* (Chemello, Agrasar y Chara, 2001). Entre los materiales para los alumnos que acompañan este recurso se encuentran distintos mazos de cartas.

Con un mazo como el de la actividad anterior también se podría proponer el siguiente juego.

> **"Parejas cantadas":** identificar características de las figuras.
> **Materiales:** un mazo para cada chico.
> **Organización de la clase:** se juega entre cuatro niños.
> **Desarrollo:** mantienen el mazo tapado y se reparte una carta para cada uno. Por turno, arman un par con la carta propia y la de algún compañero, explicando ante los demás jugadores el criterio según el cual han construido esa pareja. Si el grupo acuerda, el jugador se lleva el par. Se dan nuevas cartas a los jugadores que perdieron la suya y sigue la ronda. Gana el que tiene más cartas cuando todas se terminan.

Tal como lo planteamos en el apartado "La gestión de la clase", en "Enseñar Matemática en el Primer Ciclo", es posible organizar secuencias tomando como conocimiento de partida de una actividad el saber que ha sido sistematizado como conclusión en la anterior.

Luego del juego, es importante plantear algunas actividades que favorezcan la discusión sobre los criterios utilizados, lo que llevará a diferenciar las características geométricas propias de las figuras de las que no lo son. Los docentes deberemos intervenir, por ejemplo, del modo siguiente, para ir incorporando el vocabulario apropiado.

Los niños están trabajando en parejas.

Docente: –*Hoy vamos a trabajar con las cartas de figuras, pero no vamos a jugar. Van a colocar todas las cartas boca arriba frente a ustedes. Luego, van a juntar dos cartas, una de cada uno, que se parezcan en algo y también que sean distintas en algo. No pueden ser iguales, es decir, no pueden armar parejas con la misma forma. Cuando terminen, levanten la mano para decir por qué son iguales y por qué son distintas.*
(Una vez armadas las parejas, los niños van levantando la mano.)
Julia: –*Nosotros levantamos estas* (cuadrado y rectángulo) *porque las dos son cuadradas.*
Doc.: –*¿Qué quiere decir que son cuadradas? No entiendo…*
Santiago: –*Porque son de cuatro…*
Julia: Cuatro puntas…
Doc.: –*Porque tienen cuatro de algo.*
Otros chicos: –*Tienen cuatro líneas.*
Doc.: –*Ustedes quieren decir que*

tienen cuatro vértices y cuatro lados. ¿Y en qué son diferentes?
Julia: *–En que en esta* (rectángulo) *dos son largos y dos son cortos y el cuadrado tiene todos cortos* (señalando los lados).
Doc.: *–¿Los demás están de acuerdo?*
Otros chicos: *–Sí, es verdad. Dos cortos y dos largos…*
Doc.: *–Bien, pasemos a otra pareja.*

Por medio de esta actividad se estará favoreciendo que los alumnos diferencien las características exploradas de las formas geométricas y que las puedan formular mediante la construcción de un vocabulario adecuado.

Este tipo de actividades es fácilmente adaptable a diferentes conocimientos de partida de los alumnos pues, para hacerlo, solo habrá que cambiar el conjunto de figuras sobre el que se trabaja. Esta característica permite su implementación en el plurigrado ya que es posible presentar problemas adecuados para distintos grupos con consignas y materiales similares.

Otra actividad para describir las figuras por sus características diferenciales consiste en un juegos como el siguiente.

> **"Adivinanzas con figuras":** identificar una figura entre otras.
> **Materiales:** tarjetas con figuras geométricas.
> **Organización de la clase:** toda la clase juega con el maestro o se organizan pequeños grupos de alumnos.
> **Desarrollo:** un alumno o el maestro elige una tarjeta sin mostrárselas a los demás. Por medio de preguntas, el resto de los alumnos debe averiguar cuál fue la figura seleccionada.
> El docente indica en la consigna que las preguntas que se formulen solo se pueden responder con *sí* o con *no*, para que los alumnos tengan necesariamente que explicitar alguna característica. Para que esto sea así y los alumnos no pregunten *¿se parece a una flecha?* y se avance en el uso de características geométricas, esta actividad puede realizarse luego de la anterior, lo que permite esa diferenciación. En este caso, algún compañero o el docente mismo, podrá aclarar: *no hay que decir a qué se parece sino cómo es.*

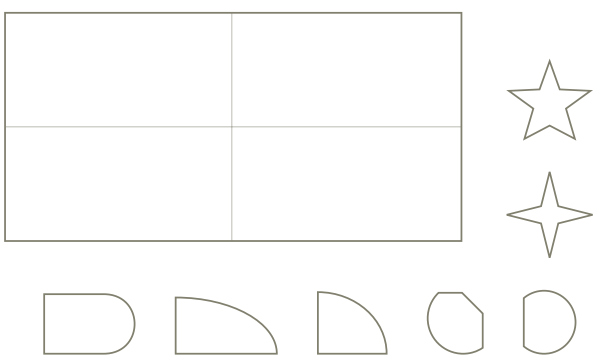
Avanzados en el año, este tipo de tarea puede plantearse entre grupos pequeños. Uno de los integrantes elige la tarjeta y el resto del grupo pregunta para averiguar cuál fue la elegida.

Una vez más, de la elección que hagamos del conjunto de figuras dependerán las características que se puedan trabajar. Por ejemplo, si se trata de “el número de lados” se incluirán polígonos de tres, cuatro y más lados; y si se trata de identificar “lados rectos y curvos”, se incluirán polígonos, círculos, semicírculos y otras figuras con lados rectos y curvos.

De este modo, esperamos que los alumnos avancen desde una identificación global de las figuras hacia la consideración de sus características geométricas (numero de lados, de vértices, tipo de lados, etc.), lo que indica un salto conceptualmente significativo.

Otra actividad para que los niños vuelvan a utilizar la descripción de las características de las figuras, y también su posición en una cuadrícula, es la siguiente.

“Figuras para jugar”: localizar figuras en una cuadrícula y describirlas.[8]
Materiales y organización de la clase: cada pareja de dos jugadores debe tener dos cuadrículas y figuras recortadas del tipo de las que se presentan a continuación.



[8] En: Penas, F. (2004).

Desarrollo: los jugadores se ubican uno al lado del otro y separados por un objeto o tabique para que ninguno vea lo que hace su compañero. Cada jugador, por turnos, elige una de las figuras y la pone en uno de los sectores de su cuadrícula. Luego, da las indicaciones al compañero para que él seleccione la misma figura y la ponga en el mismo cuadro. Si al levantar el tabique, las figuras están ubicadas en el cuadro correcto, los dos jugadores ganan 1 punto. Se juega nuevamente, pero cambiando los roles.

Como en los juegos anteriores, se apunta a que la descripción que hagan los niños de las figuras incluya la explicitación de sus características, por ejemplo, no será suficiente decir “la estrella” sino que tendrán que describir a qué estrella se refieren.

La ubicación de la figura en la cuadrícula genera intentos y discusiones a propósito de las distintas posiciones. Por ejemplo, algún niño puede decir, *la estrella de cuatro puntas va en el cuadrado de arriba*, indicación que será insuficiente si se considera que hay dos posibilidades para esa posición. Otros niños pueden decir *la estrella de cuatro puntas va en el cuadrito del lado del tabique* y esto puede provocar diferencias en el armado si están sentados uno al lado del otro y con el tabique en el medio, porque para uno *al lado del tabique* es a su derecha, y para otro, a su izquierda. En este caso, la diferencia está dada por la elección del referente respecto del cual se da la posición (el tabique) y esto puede ser aprovechado para discutir sobre los referentes que se eligen.

En este juego de dictado, la rotación de los roles de emisores y receptores de consignas es central para que todos los niños aprendan los contenidos seleccionados.

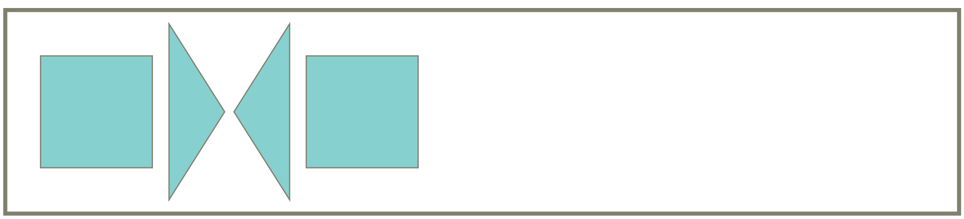
Utilizar una cuadrícula de 3 x 2 y una cantidad de figuras mayor que el número de espacios para colocarlas permite plantear una variante de esta actividad, de mayor complejidad.

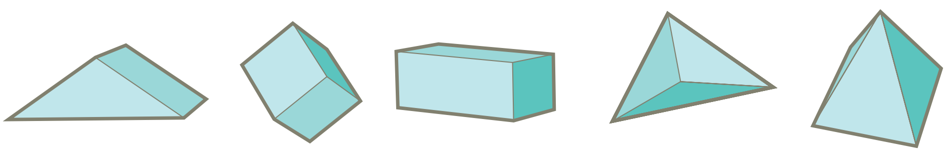
Plantear situaciones para construir y copiar formas

Las actividades que se proponen a los chicos para que analicen las características de las caras de los distintos cuerpos inician el trabajo de construir cuerpos a partir de desarrollos planos que se hará en otros años.

Podemos comenzar planteando una variante de una actividad que suele hacerse en la escuela, diciendo que se va a confeccionar una guarda sobre tela para adornar el salón, y que se realizará mojando cuerpos en pintura y dejando “huellas sobre la tela”. Durante el análisis de las “huellas” que dejan los cuerpos esperamos que los niños exploren y anticipen la forma de la "huella" que resultará en función de la observación de las caras con las que se hagan. Podemos usar dos o tres cuerpos que puedan dejar huellas con distinta forma y que los niños dibujen las formas que piensan que resultará para cada una de las caras de cada cuerpo.

Para continuar, podemos dar como materiales iniciales una guarda que queremos continuar y los cuerpos cuyas huellas se pueden usar para hacerlo. La propuesta será investigar qué cuerpos deben elegir para continuarla. De este modo, los niños deberán seleccionar los cuerpos que creen que dejarán un tipo de huella determinada y también qué cara de ese cuerpo tendrán que usar. Por ejemplo, podrán continuar el siguiente modelo seleccionando los cuerpos adecuados si el maestro propone *van a tener que seguir esta guarda eligiendo entre estos cuerpos.*





Al completar la guarda, se podrá discutir con los alumnos si se han respetado las formas, el orden y la posición en que quedaron las figuras, y qué cuerpos y caras eligieron, planteando si *la guarda está bien según el modelo*.

También es posible proponer un copiado de guardas o dibujos con el propósito de que los alumnos construyan formas geométricas usando instrumentos geométricos, como la regla en 1er año/grado.

Se puede comenzar dando un dibujo similar al de la figura 1, o una guarda sencilla como la de la figura 2.

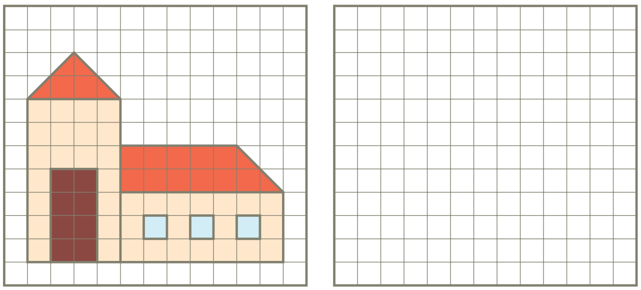


Figura 1

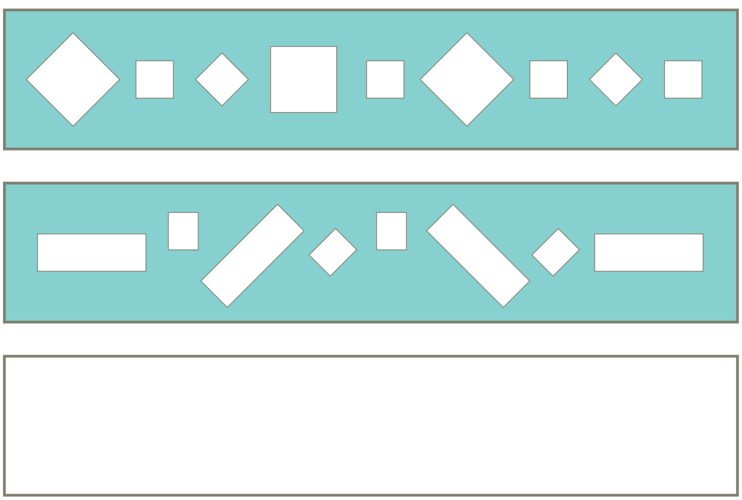


Figura 2

En ambos casos, si el original está hecho en papel cuadriculado, convendrá que los segmentos que forman las figuras tengan lados rectos cuyos vértices sean los puntos de intersección de las líneas de la cuadrícula.

La propuesta será copiar del modo indicado más arriba, y los niños trabajarán en forma individual. Para ello, el docente deberá proporcionar a cada uno el modelo original y una hoja cuadriculada en blanco para que ellos copien. Al hacer el copiado, los niños tomarán decisiones y, al terminar, deberán superponerlo con la guarda original para controlar el resultado de sus decisiones, es decir, podrán tomar conciencia de los problemas que tuvieron para resolver la situación. Luego se podrá discutir si es necesario usar o no regla, si la línea realizada es muy corta o muy larga, poniendo el acento en las longitudes de los segmentos (3 cuadraditos, etc.).[9]

Inicialmente, los niños no consideran la regla o la escuadra como materiales de utilidad para realizar la reproducción de modelos sobre una cuadrícula, pero esto se puede discutir con ellos si se incluye en la consigna de copiado la indicación de que *al superponer este con el modelo no se deberá percibir ninguna diferencia*. Al analizar las producciones de manera colectiva, se genera la necesidad de incorporar los instrumentos de geometría a la tarea. Del mismo modo, las sucesivas copias perfeccionan el dominio en el manejo de estos instrumentos.

Al terminar, cada niño pegará el trabajo en su cuaderno.

También es posible proponer la actividad de copiado usando papel liso y recortes de cartulina o plantillas de las figuras de la guarda para copiarlas. En este caso, las figuras podrán tener distintas posiciones en la hoja.

Se puede reflexionar, entonces, en la puesta en común de los trabajos, acerca de que la posición en la hoja no es una característica propia de las figuras, sino una elección de quien hace el dibujo.[10]

Para diferenciar las magnitudes y medir

En relación con la medida, una primera cuestión a considerar en el Primer Ciclo es la diferenciación entre aquellos atributos de los objetos que se pueden medir, denominados magnitudes. Por ejemplo, de una lata de tomate es posible medir entre otros, el peso, la longitud de su altura, la longitud de la circunferencia de la tapa, su capacidad.

Para saber entre dos objetos cuál mide más al considerar una magnitud, en ocasiones es posible realizar una comparación directa, por ejemplo, comparar la longitud del paso de dos personas que están próximas. Si, en cambio, no están en el mismo ámbito, la manera de comparar tendrá que ser indirecta, es decir, comparando con otra longitud que sea común a ambas mediciones. Se usan, en este caso, elementos intermediarios de diferentes tipos. Por ejemplo, para medir

---

[9] En el apartado "La gestión de la clase", en "Enseñar Matemática en el Primer Ciclo", explicitamos cómo dar a los alumnos la responsabilidad de controlar la validez de sus producciones.

[10] Otras actividades se pueden consultar en el artículo de Broitman e Itzcovich, "Geometría en los primeros años de la EGB: problemas de su enseñanza, problemas para su enseñanza", en Panizza, 2003.

dos pasos de distinta longitud, se puede usar una soga y marcar ambas longitudes sobre ella. Otros intermediarios son los instrumentos de medida que tienen señaladas en una escala diferentes unidades, como en el caso de una regla.

En este año/grado, se podrán proponer a los alumnos problemas para avanzar en la comparación de cantidades e iniciarlos en su medición. La práctica de la medición efectiva es necesaria para comprender los diferentes aspectos ligados a la medida, entre otros: qué unidad elegir, cómo medir, con qué instrumento y cómo escribir la medida.

Plantear situaciones para comparar longitudes, pesos y capacidades e iniciarse en su medición

Los niños pueden haber trabajado con situaciones de comparación directa de medidas de longitud. Por ejemplo, cuando los niños se miden entre ellos para establecer quién es el más alto del grupo, quién le sigue, etc. En la escuela habrá que avanzar dándoles la oportunidad de resolver situaciones con objetos no móviles (la puerta no es móvil y la mesa sí) que requieran la realización de una comparación indirecta a partir de encontrar un elemento transportable que funcione como intermediario para la comparación.

Por ejemplo, si se trata de saber *si se podrá entrar en el aula una mesa rectangular para exponer trabajos realizados en Plástica.* Ante el planteo de este tipo de situaciones, propiciaremos que los mismos niños discutan diferentes alternativas para resolver el problema y, en lo posible, las lleven a la práctica. Tal vez, en forma grupal, se tome la decisión de utilizar una soga y hacer una marca sobre ella para comparar el ancho de la mesa y el ancho de la puerta del aula o medir con alguna unidad de longitud menor que lo que se quiere medir, por ejemplo, con lápices.

En el caso de elegir unidades como los lápices, es frecuente que se manifieste un modo de pensar propio de los chicos de esa edad. Los niños de 1^er^ año/grado suelen utilizar distintas unidades a la vez, sin verificar que sean de la misma longitud –distintos lápices, uno al lado del otro– , o transportan la misma unidad sin considerar que cada vez deben partir desde el punto al que llegaron.

Otras situaciones que se ofrezcan darán lugar a que los alumnos realicen mediciones de los mismos objetos o distancias con diferentes unidades, para poder discutir con ellos las relaciones entre unidades y medidas. Por ejemplo, se puede dividir la clase en dos equipos y plantear la siguiente cuestión: *hay que dividir el patio para que en cada parte juegue un equipo. Cada equipo tiene que elegir un compañero para determinar la línea divisoria de un patio en dos canchas. Para decidir dónde va la línea, los compañeros designados por cada equipo tienen que partir de dos bordes opuestos del patio e ir caminando de* *modo que en cada paso, cada pie se ponga donde termina el otro, mientras va diciendo "pan, queso, pan, queso, ..." la misma cantidad de veces hasta que se encuentran. ¿A quiénes conviene elegir?*

Con esta situación se busca que la discusión en los grupos se centre en la relación entre la longitud de la unidad elegida y la distancia total: los pies de los compañeros deben ser de la misma longitud para que las canchas sean iguales.

El siguiente registro de un intercambio entre el docente y los niños muestra cómo piensan los niños sobre las mediciones. Se trata de una clase en la que el docente plantea al grupo de chicos cómo hacer para que todos los pequeños grupos tiren la pelota del juego de los bolos desde la misma distancia. Uno de los alumnos plantea que todos los compañeros de los diferentes grupos se saquen una zapatilla y las coloquen una detrás de la otra. Dado el alto nivel de consenso que tiene la propuesta, el docente pide que lo hagan así. Cuando terminan, el docente pregunta:

Docente: *–Entonces, ¿desde dónde hay que pararse para no hacer esto cada vez que decidimos jugar…?*
(Luego de algunas dudas y respuestas aleatorias, uno de los niños responde dando cuenta de cierta lógica implícita en la resolución dada.)
Niño: *–Hay que pararse después de las zapatillas.*
Doc.: *–¿Después de cualquier zapatilla o bien siempre de la misma?*
Niño: *–Las zapatillas no importan, después de las zapatillas de todos.*
Doc.: *–¿Y si jugamos con nenes más grandes que tienen zapatillas más grandes?*
Niño: *–Sí, también.*

En el ejemplo se advierte que los niños aún no consideran que la unidad de medida debe ser la misma reiterada varias veces y sin superposición.[11] Así, también se puede observar la imposibilidad de considerar cómo influye en el resultado de la medición la unidad utilizada: mientras más grande es la unidad utilizada, menor es la medida que se obtendrá ya que es menor la cantidad de veces que entrará en la longitud que se está midiendo.

[11] Es interesante destacar, tal como lo señalamos en el apartado "La gestión de la clase", en "Enseñar Matemática en el Primer Ciclo", que los errores y aciertos surgen en función de los conocimientos del grupo.

Muchos niños apelan al uso de instrumentos convencionales ante la complejidad planteada porque saben que así medimos los grandes, aunque no sepan en profundidad qué están haciendo al usar un metro como instrumento de medida. Es decir, dan una respuesta aproximada al problema utilizando el metro o una regla como intermediario.

Será importante ofrecer a los niños variadas oportunidades para anticipar qué instrumento de medición seleccionar en función del objeto que se pretende medir. De este modo, frente al problema de la construcción del telón de un retablo para hacer títeres, los alumnos deberán buscar el *instrumento* que permita medir telas y, a la vez, considerar la necesidad de ir al negocio a pedir la cantidad que se requiere, lo que vinculará a los niños con las unidades de medida convencionales acordes con esta situación, desde el uso que de ellos hacen los adultos.

Una opción interesante es recibir la visita de algunas personas cuyo trabajo se vincule con la solución de los problemas planteados y les muestre a los niños tanto los instrumentos que utiliza como los procedimientos que lleva a cabo en su oficio o profesión. Por ejemplo, podrán recibir la visita de un tendero para que les muestre cómo y con qué mide las telas o cintas.

Otras visitas podrían dar lugar al planteo de nuevas preguntas sobre la medida: un carpintero que debe arreglar una mesa o silla del aula, el vidriero que reemplaza el vidrio roto del patio, un agrimensor que explique cómo mide un campo o un técnico del INTA, cómo pesa semillas.

Si se consiguen, se pueden explorar en el aula diferentes balanzas que se usan para pesar personas en diferentes contextos o, si se pueden visitar los lugares donde se usan, se podrá pedir a los chicos que las dibujen para analizar las diferencias y que realicen algunas mediciones del peso de diferentes objetos o de ellos mismos. Por ejemplo, el tipo de balanzas que usa el médico para pesar bebés es diferente de la que se usa para pesar niños y de las que se usan en las farmacias. También las balanzas para pesar alimentos son diversas, entre ellas, las de cocina y las que se usan en las carnicerías o verdulerías.

En síntesis, el trabajo alrededor de las medidas de longitud, peso y capacidad en 1er año/grado considerará algunos aspectos propios de las comparaciones en diversas situaciones en las que medir resulte absolutamente necesario. Se trata de introducir a los niños en esta problemática, poner algunas ideas en discusión, provocar algunas conversaciones para que expresen las propias. Plantearemos algunos problemas que les permitan a los niños construir el sentido de esta práctica social a partir de variar los contextos en los que se requiera la medición, analizando las magnitudes que se quieren tratar –qué se mide–, los instrumentos que se utilizan –con qué se mide– y el proceso de medir trasladando siempre la misma unidad convencional –cómo se mide.

Plantear situaciones para ubicarse en el tiempo y determinar duraciones

Los niños utilizarán el calendario como un portador de información en el que están registrados los días del año. Podremos plantear problemas para interpretar la información que contiene. Por ejemplo, dado un calendario individual que pegarán en la última hoja de su cuaderno, señalarán fechas significativas para el grupo, calcularán los días que faltan para un evento determinado (como fechas de cumpleaños, días de excursiones), etc. También se puede promover la identificación de los meses del año y su distinción entre los que son de vacaciones de aquellos en los que hay clases. Para un mismo mes, identificarán el número de semanas, los días de clase y los del fin de semana y los feriados.

Es importante tener presente este tipo de trabajo para no hacerlo muy aisladamente y con poca frecuencia; la idea es trabajar las cuestiones temporales acompañando los diversos acontecimientos del año y de la vida escolar de nuestros alumnos.

Del mismo modo, para comenzar a incorporar el uso del reloj, conviene tener uno en el aula. Su presencia genera la atención de los niños y favorece que comiencen a interesarse por la lectura horaria. Para esto, el docente podrá insertarlo como un objeto más que permite dar respuesta a algunos problemas que se presentan cotidianamente. Por ejemplo, es habitual que los niños de primero pregunten varias veces cuánto falta para irse a su casa o para el recreo, y el docente podrá explicar qué se tiene que leer para saber cuándo llega ese momento.[12]

[12] **Recomendación de lectura.** Otras actividades de iniciación en la medida pueden encontrarse en: Bressan (1999), *La medida, un cambio de enfoque.*

EN DIÁLOGO
SIEMPRE ABIERTO

Las propuestas y la realidad del aula

Para ampliar el repertorio y recrear las actividades

Al desarrollar el enfoque para trabajar en la clase de matemática, hemos insistido en las elecciones que debemos realizar respecto de los tipos de problemas, sus modos de presentación y su secuenciación. También hemos señalado que la gestión de la clase será determinante respecto del sentido que los alumnos construyen sobre las nociones matemáticas, tanto por las interacciones que el docente promueva entre los alumnos y con las situaciones como por sus propias intervenciones a lo largo del proceso de enseñanza.

Por otra parte, hemos planteado que es necesario incorporar, más allá de la resolución de problemas, otras actividades, pues aquella no debiera ser el único tipo de práctica matemática que funcione en el aula, ya que es fundamental que las clases incluyan instancias de reflexión sobre lo que se ha realizado. En estas instancias, podrán plantearse, por ejemplo, actividades de comparación de problemas realizados con la suma, o de comparación de diferentes estrategias para resolver un cálculo, algunas acertadas y otras, no.

Para comparar problemas, es posible revisar lo trabajado en el cuaderno durante una semana y señalar todos los problemas que se resolvieron con sumas, para comparar los enunciados, encontrar semejanzas y diferencias y pensar nuevos enunciados de problemas que podrían resolverse con esa operación.

Si un problema resultó complejo, puede ser conveniente volver a discutirlo, buscar otras formas de resolverlo e intentar precisar por qué resultó difícil.

En el caso de querer comparar estrategias de cálculo, se puede recuperar el repertorio de sumas cuyo resultado ya se ha obtenido y registrarlo a modo de síntesis en un afiche que se cuelgue en el aula para luego utilizar esos resultados como ayuda para resolver otros cálculos. Entre ellos, se podrá señalar cuáles son los que ya se conocen de memoria y cada chico podría ir armando una tarjeta con todos los cálculos que él sabe y, de este modo, tomar conciencia de su progreso.

Asimismo, en este apartado queremos avanzar sobre actividades que forman parte de la tradición escolar: las tareas para el hogar. Estas tareas, pensadas para que el alumno las desarrolle fuera de la escuela, renuevan su sentido en relación con los aprendizajes prioritarios y con el necesario tiempo de apropiación individual de los conocimientos trabajados en clase.

El estudio fuera de la clase requiere, de parte del alumno, un trabajo personal que se apoye en el deseo de progresar en sus conocimientos matemáticos, y de parte del docente, el diseño de las tareas y su posterior recuperación en la clase, otorgándoles un sentido dentro del proyecto de enseñanza.

La realidad compleja con la que hoy interactúa la escuela contiene factores que pueden hacer difícil llevar adelante el estudio. Sin embargo, aun en este escenario, es posible plantear alguna actividad desafiante para resolver fuera del aula y luego discutir en clase los diferentes caminos que encontraron para responder la cuestión planteada. En este sentido, es imprescindible asegurarse de que todos hayan comprendido cuál es el desafío que se propone para evitar la creación de un obstáculo excesivo para el niño o para los adultos que lo acompañan cuando realiza sus tareas y que podrían intervenir en una dirección distinta a la que pretende el docente. Habrá que ser muy claro para determinar si la tarea debe hacerse con o sin ayuda y, en este último caso, precisar cuál es la ayuda que se espera. En el caso de tener alumnos que no disponen de alguien que los ayude o acompañe, sería deseable promover la organización de un espacio a cargo, por ejemplo, de algún estudiante del profesorado que pueda asistir en el contraturno.

Las actividades que se pueden plantear para realizar fuera de la clase también podrán ser de distinto tipo. Por ejemplo, se podría seleccionar un conjunto de cuentas ya resueltas y pedir la comparación de los números que intervienen en los cálculos y los resultados para analizar semejanzas y diferencias y advertir regularidades. O, también, proponer juegos de cartas y dados en los que intervengan los números con los que se ha trabajado y que den lugar a la práctica del cálculo mental.

En cualquier caso, recuperar lo producido fuera de la escuela supone mucho más que “corregir” la tarea: se trata, en cambio, de organizar una nueva actividad diseñada de modo que tome como punto de partida lo realizado fuera de la clase. Esto permite que el alumno valore el tiempo que dedica para su estudio individual como una instancia más de su proceso de aprendizaje.

Para construir espacios de debate

En todas las actividades, resulta importante prestar particular atención a aquellas intervenciones en clase que realizamos frecuentemente o con cierta sistematicidad dado que van marcando qué es, para los alumnos, hacer matemática. En este sentido, es posible preguntarse cómo administramos los momentos de trabajo colectivo y cómo aparece nuestra palabra en la clase.

El estilo más frecuente es asociarla al control de lo realizado en términos de evaluación por lo correcto e incorrecto. Si es así, aun cuando solicitemos que se expongan los resultados y procedimientos utilizados al resolver un problema dado en clase o de tarea y se haga una lista de ellos en el pizarrón, queda depositado solo en el maestro dar o no por válido lo que los alumnos hicieron. Cuando esto ocurre, es frecuente que los chicos no se muestren interesados en responder las preguntas que formula el docente en ese momento de trabajo colectivo, y la matemática sea vivida como una serie de reglas y definiciones predeterminadas que hay que reconocer y aplicar.

Si, en cambio, la intervención del docente en la puesta en común intenta recuperar lo que los alumnos están haciendo y pensando para promover la discusión alrededor de esas producciones, habrá un verdadero espacio de debate, una situación genuina de comunicación en la que se intercambiarán distintos puntos de vista para llegar a una conclusión aceptada por el conjunto de la clase. En este caso, el trabajo se valida por la comunidad clase, y el maestro interviene conduciendo el debate entre los chicos o introduciendo preguntas nuevas. Este tipo de práctica requiere de un proceso de construcción a largo plazo que implica, entre otras cosas, escuchar al otro, establecer relaciones entre las distintas afirmaciones de los demás y entre ellas, y lo que cada uno piensa. También requiere poder expresarse con claridad creciente y aceptar el intercambio de ideas y la necesidad de llegar a un acuerdo que puede coincidir o no con las propias ideas iniciales, así como la incorporación progresiva de algunas reglas para discutir en matemática. Por ejemplo, el acuerdo de la mayoría no garantiza la validez de una afirmación. Si esta práctica forma parte de lo que queremos enseñar, es imprescindible comenzar a desarrollarla desde el Primer Ciclo, teniendo en cuenta las características propias de los niños en esta etapa.

Las propuestas incluidas en este Cuaderno forman, sin duda, una pequeña colección de casos. Su uso en el aula dependerá de las decisiones que, al respecto, se tomen en cada institución atendiendo tanto a los proyectos institucionales como a las particularidades de cada grupo de alumnos, de la escuela y de la comunidad.

En muchas ocasiones, la lectura y discusión de estos casos derivará, seguramente, no en la "aplicación" de los ejemplos analizados sino en nuevas propuestas adaptadas tanto a los conocimientos del grupo de alumnos como a la forma de trabajo del docente que las desarrolle.

Al respecto, resultará muy interesante el debate que se genere en el equipo de la escuela a propósito de su uso, los intercambios de lo ocurrido en las puestas en aula con los colegas y la sistematización de las nuevas propuestas que se puedan formular.

De la misma manera, la consulta de los materiales recomendados en la Bibliografía permitirá ampliar la perspectiva presentada en este Cuaderno, multiplicar la variedad de propuestas y abrir nuevas preguntas sobre la enseñanza de la Matemática.

BIBLIOGRAFÍA

Bibliografía recomendada y referencias

AA. VV. (1998), "Educación matemática Nº 2", en: *Los nuevos aportes didácticos para planificar y analizar actividades en el Nivel Inicial,* Buenos Aires, Novedades educativas.

AA. VV. (2000), *Educación matemática. Propuestas de trabajo, experiencias y reflexiones,* Buenos Aires, Novedades educativas.

AA. VV. (2004), *Enseñar matemática. Números, formas, cantidades y juegos,* Buenos Aires, Novedades educativas.

BRESSAN, A. (1999), *La medida, un cambio de enfoque. Desarrollo curricular Nº 4,* Consejo Provincial de Educación, Río Negro. (También en Internet.)

BRESSAN, A.; REYNA, I. Y ZORZOLI, G. (2003), *Enseñar geometría,* Montevideo, Styrka.

BROITMAN, C. (1999), *Las operaciones en el Primer Ciclo. Aportes para el trabajo en el aula,* Buenos Aires, Novedades Educativas.

BROITMAN, C. E ITZCOVICH, H., "Geometría en los primeros años de la EGB: problemas de su enseñanza, problemas para su enseñanza", en: Panizza, 2003.

BROITMAN, C.; KUPERMAN, C. Y PONCE, H. (2003), *Números en el Nivel Inicial. Propuestas de Trabajo,* Buenos Aires, Hola chicos.

CHEMELLO, G. (COORD.); AGRASAR, M. Y CHARA, S. (2001), *El juego como recurso para aprender. Juegos en Matemática EGB 1* (Material para docentes y recortable para alumnos), Buenos Aires, Ministerio de Educación. (También en Internet.)

DELPRATO, M. F. (2002), *Los adultos no alfabetizados y sus procesos de acceso a la simbolización matemática,* Maestría en Ciencias, Dpto. de Investigaciones Educativas del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, México DF.

EQUIPO DE MATEMÁTICA DE LA DIRECCIÓN DE GESTIÓN CURRICULAR (2000), *Propuestas para el aula. Material para docentes. Matemática. Nivel Inicial,* Ministerio de Educación.

EQUIPO DE MATEMÁTICA DE LA DIRECCIÓN DE GESTIÓN CURRICULAR (2000), *Propuestas para el aula. Material para docentes. Matemática EGB 1,* Ministerio de Educación.

FUENLABRADA, I., (2000), *Juega y aprende matemática,* Buenos Aires, Novedades Educativas.

PANIZZA, M. (COMP.) (2003), *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el Primer Ciclo de la EGB. Análisis y propuestas,* Buenos Aires, Paidós.

PARRA, C. (1992), *Los niños, los maestros y los números,* Desarrollo curricular 1º y 2º grados, Secretaría de Educación de la Ciudad de Buenos Aires. (También en Internet.)

PARRA, C. (1994), "El cálculo mental", en: PARRA, C. Y SAIZ, I. (COMPS.).

PARRA, C. Y SAIZ, I. (COMPS.) (1994), *Didáctica de las Matemáticas. Aportes y reflexiones,* Buenos Aires, Paidós.

PENAS, F. (2004), "De la sala de cinco a primer año/grado. Continuidades en el área de Matemática. Propuestas de articulación", en: AA. VV. (2004).

SADOVSKY, P. Y LERNER, D. (1994), "El sistema de numeración, un problema didáctico", en: PARRA, C. Y SAIZ, I. (COMPS.) (1994).

SAIZ, I. (2003), "¿A la derecha de quién?", en: Panizza, M. (COMP.) (2003).

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DE LA MUNICIPALIDAD DE LA CIUDAD DE BUENOS AIRES, "Pensando en la enseñanza. Preguntas y respuestas", en: *http://www.buenosaires.gov.ar/educacion/docentes/planeamiento/txareas_mate.php.*

WOLMAN, S., "La enseñanza de los números en el Nivel Inicial y en el 1er año de la EGB", en: KAUFMAN, A. M. (COMP.) (2000), *Letras y números,* Buenos Aires, Santillana.

Documentos curriculares para Nivel Inicial en Internet

Desarrollo curricular N° 1. Acerca de la enseñanza de los primeros números.
Desarrollo curricular N° 2. Acerca de la enseñanza del espacio.
Desarrollo curricular N° 3. Acerca de la enseñanza de las magnitudes físicas.
Desarrollo curricular N° 4. Acerca de la enseñanza de la geometría.
Desarrollo curricular N° 5. Socialización de experiencias docentes.
En http://www.rn.rffdc.edu.ar/gcurricul/campomat/

Orientaciones didácticas para el Nivel Inicial – 2ª parte: La serie numérica oral
En http://abc.gov.ar/LaInstitucion/SistemaEducativo/Inicial/default.cfm

Propuestas para el aula. Material para docentes. Matemática. Nivel Inicial.
En http://www.me.gov.ar/curriform/matematica/html.

Documentos curriculares para Nivel Primario – EGB 1 en Internet

Algunas reflexiones en torno a la enseñanza de la Matemática en Primer Ciclo.
La enseñanza de la división en los tres ciclos.
La enseñanza de la geometría en la EGB.
La enseñanza de la multiplicación en los tres ciclos.
El trabajo con los números en los primeros años.
En http://abc.gov.ar/LaInstitucion/SistemaEducativo/EGB/default.cfm

Los niños, los maestros y los números. Desarrollo curricular. 1º y 2º grados, 1992.
En http://www.buenosaires.gov.ar/educacion/docentes/planeamiento/primaria.php

La estimación, una forma importante de pensar en Matemática. Desarrollo curricular N° 1.
Las regularidades: fuente de aprendizaje matemático. Desarrollo curricular N° 3.
La medida, un cambio de enfoque. Desarrollo curricular N° 4.
En http://www.rn.rffdc.edu.ar/gcurricul/matematica/

Propuestas para el aula. Material para docentes. Matemática EGB 1.
Juegos en Matemática EGB 1. El juego como recurso para aprender (alumnos).
Juegos en Matemática EGB 1. El juego como recurso para aprender (docentes).
Juegos en Matemática EGB 2. El juego como recurso para aprender (alumnos).
Juegos en Matemática EGB 2. El juego como recurso para aprender (docentes).
En http://www.me.gov.ar/curriform/matematica.html

Bibliografía general de consulta

ARTIGUE, M., DOUADY, R. Y OTROS (1995), *Ingeniería didáctica en educación matemática,* Bogotá, Grupo Editorial Iberoamericano.

BROUSSEAU, G. (1987); *Fundamentos y Métodos de la Didáctica de la Matemática*, Córdoba, Facultad de Matemática Astronomía y Física, Universidad Nacional de Córdoba.

CHEVALLARD, I. (1997), *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado,* Buenos Aires, Aique.

CHEVALLARD, I.; GASCÓN, J. Y BOSCH, M. (1997), *Estudiar matemática. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje,* Barcelona, Ice-Horsori.

VERGNAUD, G. (1991), *El niño, la matemática y la realidad,* México, Trilla.

VERGNAUD, G. (COMP.) (1997), *Aprendizajes y didácticas: qué hay de nuevo,* Buenos Aires, Edicial.

Notas

Notas

Notas

Se terminó de imprimir
en el mes de marzo de 2006 en
Gráfica Pinter S.A.,
México 1352
Ciudad Autónoma de Buenos Aires